

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

PRORAČUN VRATILA PRIMJENOM NORME DIN 743
I METODE KONAČNIH ELEMENATA

ZAVRŠNI RAD

Pristupnik
Srećko Habuš, dipl. ing. strojarstva

ZAGREB, 2008

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

PRORAČUN VRATILA PRIMJENOM NORME DIN 743
I METODE KONAČNIH ELEMENATA

ZAVRŠNI RAD

Voditelj završnog rada
Dr.sc. Nenad Kranjčević
docent

Pristupnik
Srećko Habuš, dipl. ing. strojarstva

ZAGREB, 2008

PODACI ZA BIBLIOGRAFSKU KARTICU:

UDK: 621.824 : 519.61

Ključne riječi: Vratilo, osovina, izračun,
faktor zarezanog djelovanja, čvrstoća materijala

Keywords: Shaft, axle, calculation,
fatigue notch factor, strength of materials

Znanstveno područje: TEHNIČKE ZNANOSTI

Znanstveno polje: Strojarstvo

Institucija u kojoj je rad izrađen: Fakultet strojarstva i brodogradnje u Zagrebu

Mentor rada: Dr. sc. Nenad Kranjčević, doc.

Broj stranica: 97

Broj slika: 38

Broj tablica: 13

Broj korištenih bibliografskih jedinica: 11

Datum obrane:

Povjerenstvo: Dr. sc. Milan Opalić, red. prof. – predsjednik povjerenstva

Dr. sc. Nenad Kranjčević, doc. – voditelj završnog rada

Mr. sc. Branislav Orčić, dipl. ing., viši pred. VUK

Institucija u kojoj je rad pohranjen: Fakultet strojarstva i brodogradnje u Zagrebu



Zagreb, 7.2.2008.

Zadatak za završni rad

Kandidat: *SREĆKO HABUŠ, dipl. ing. strojarstva*

Naslov zadatka: **PRORAČUN VRATILA PRIMJENOM NORME DIN 743 I METODE KONAČNIH ELEMENATA**

Sadržaj zadatka:

Za vratilo reduktora izvesti kontrolni proračun i odrediti sigurnosti na kritičnim mjestima s obzirom na dinamičku izdržljivost i granicu tečenja. Proračun izvesti u skladu s normom DIN 743 – 2000 i metodom konačnih elemenata (MKE).

U radu je potrebno:

- za proračun prema DIN 743 izraditi rutinu u dostupnom programskom paketu,
- provjeriti valjanost postupka na jednostavnim primjerima i usporediti s rezultatima dobivenim metodom konačnih elemenata,
- u literaturi istražiti mogućnosti i načine sprezanja MKE i DIN 743,
- pokazati provedbu proračuna na primjeru vratila reduktora.

Zadatak zadan: *19.02.2008.*

Rad predan:

Mentor:
N. Kranjčević
Dr.sc. Nenad Kranjčević,
docent


Predsjednik Odbora za
poslijediplomske studije:
Tomislav Filetin
Dr.sc. Tomislav Filetin,
red.prof.

Voditelj područja:
Zdenko Tonković
Dr.sc. Zdenko Tonković,
izv.prof.

ZAHVALA

Voditelju završnog rada dr. sc. Nenadu Kranjčeviću zahvaljujem na pomoći tijekom izrade ovog rada.

Mojim roditeljima, Rozaliji i Josipu, velika, velika hvala za beskrajnu podršku.

SADRŽAJ

PREDGOVOR	7
SAŽETAK RADA	9
SUMMARY	10
KLJUČNE RIJEČI	11
POPIS OZNAKA	12
INDEKSI	19
POPIS SLIKA	20
POPIS TABLICA	22
1. UVOD	24
2. KONTROLNI IZRAČUN VRATILA PREMA NORMI DIN 743	25
2.1 Dijagram toka kontrolnog izračuna na sigurnost kritičnih presjeka	26
2.2 Kontrola na plastičnu deformaciju vratila	27
2.3 Kontrola na dinamičku izdržljivost vratila	28
2.3.1 Faktori utjecaja na dinamičku izdržljivost.....	29
2.3.1.1 Ukupni utjecajni faktori $K_{zd\sigma}$, $K_{b\sigma}$, K_T	29
2.3.1.2 Dinamički faktori zareznog djelovanja $\beta_{zd\sigma}$, $\beta_{b\sigma}$, β_T	32
2.3.1.3 Geometrijski faktori utjecaja veličine $K_2(d)$, $K_3(d)$ i $K_3(d_{BK})$	36
2.3.1.4 Faktori utjecaja hrapavosti površine $K_{F\sigma}$ i K_{FT}	36
2.3.1.5 Faktor očvršćenja površinskog sloja K_V	36
2.3.2 Amplitude dinamičkih izdržljivosti	37
2.3.2.1 Slučaj 1 ($\sigma_{mv} = \text{konst.}$, $\tau_{mv} = \text{konst.}$)	37
2.3.2.2 Slučaj 2 ($\sigma_{mv} / \sigma_{zd,ba} = \text{konst.}$, $\tau_{mv} / \tau_{ta} = \text{konst.}$)	39
3. NUMERIČKA RUTINA „DIN 743-2000-MATHCAD R13“	42
4. MOGUĆNOSTI I NAČINI SPREZANJA MKE I DIN 743	43
4.1 Predloženi način sprezanja MKE i norme DIN 743	43
4.1.1 Primjer 1 iz [4] - Prijelazni radijus	45
4.1.2 Primjer 2 iz [4] – Utor za pero	56
4.1.3 Primjer 3 iz [4] – Prijelaz s urezom	63
4.2. Sprezanje MKE i DIN 743 prema [10]	67
4.2.1 Usporedba izračuna prema DIN 743 i izračuna sprezanja MKE i DIN 743 prema [10]	69
4.2.2 Usporedba izloženih metoda izračuna na primjeru 1 [4]	74

5. USPOREDNI IZRAČUN VRATILA REDUKTORA	76
6. ZAKLJUČAK	94
LITERATURA	96
ŽIVOTOPIS PRISTUPNIKA.....	97

PREDGOVOR

Razvojem informatike, snažnih računala i sofisticiranih kompjuterskih programa usko fokusiranih na određeno područje tehnike razvila se potreba za novim pristupom u analizama pojedinih tehničkih problema. Veliki i komplicirani izračuni koji su u prošlosti zahtjevali mnogo vremena i ogroman trud inženjera, pravilnom uporabom tehničkih programskih paketa danas postaju lakše rješivi. Pored toga, mogućnost dobivanja preciznih izlaznih podataka, kao i njihova razmjena elektronskom poštom, potencirala je njihovu uporabu. Jedan od takvih izračuna obuhvaćen je u normi DIN 743.

Norma DIN 743 obuhvaća upute i jednadžbe za određivanje faktora sigurnosti na kritičnim presjecima vratila i to prema dva kriterija:

- sigurnost u odnosu na plastičnu deformaciju materijala
- sigurnost u odnosu na dinamičku izdržljivost materijala

U normi DIN 743 primjenjene su prednosti poznavanja mehaničkih svojstava materijala i različitih iskustvenih utjecajnih faktora. Numeričkim izračunom prema DIN 743 obuhvaćeni su mnogi tipični geometrijski oblici kritičnih presjeka vratila. Međutim, ova norma ne uzima u obzir međusobni utjecaj bliskih geometrijskih diskontinuiteta i njihov utjecaj na vrijednosti maksimalnih naprezanja. S druge strane metoda konačnih elemenata (MKE) pouzdan je alat za modeliranje vratila i izračunavanje i lociranje maksimalnih naprezanja u kritičnim presjecima. Ipak, ovdje do izražaja dolazi problem određivanja vrijednosti dopuštenih naprezanja za dinamičku izdržljivost i plastičnu deformaciju. Budući da je taj problem efikasno riješen u DIN 743 i uz činjenicu da je to norma po svom ustroju namijenjena primjeni na računalu prirodno se postavlja zadatak kako spregnuti MKE i DIN 743.

Tako je u ovom radu izveden kontrolni izračun kritičnih presjeka vratila na dva načina:

- kao numerički izračun prema normi DIN 743 uporabom MathCad R13
- kao sprega numeričkog izračuna prema normi DIN 743 i metode konačnih elemenata uporabom Catia V5 R16.

Sprega numeričkog izračuna prema normi DIN 743 i metode konačnih elemenata izvedena je tako da je u programskom paketu Catia V5 R16 izrađen model vratila koji je potom opterećivan odvojeno na vlak/ tlak, na savijanje i na uvijanje. Iz omjera maksimalnih vrijednosti naprezanja na kritičnom presjeku i nazivnog naprezanja određeni su faktori oblika $\alpha_{zd\sigma}$, $\alpha_{b\sigma}$ i α_{τ} . Tako određeni faktori oblika rabljeni su kao ulazne veličine za dodatno izrađeni algoritam u programskom paketu Catia V5 R16. Sve ostale vrijednosti i jednadžbe u taj su algoritam prenesene iz norme DIN 743. Rezultat izračuna su faktori sigurnosti na dinamičku izdržljivost S_D i na plastičnu deformaciju materijala S_F .

U ovom radu također je proučen način na koji je skupina autora izvela spregu numeričkog izračuna prema DIN 743 i metode konačnih elemenata [10]. Pomoću takvog načina sprežanja izveden je izračun na primjeru 1 iz [4]. Dobiveni rezultati značajno su odstupali od rezultata numeričkog izračuna prema normi DIN 743 i nisu korišteni u primjeru izračuna cjelokupnog vratila reduktora.

Valja napomenuti da se u nekim slučajevima oznake koje su rabljene u ovom završnom radu razlikuju od oznaka iz norme DIN 743. Razlog tome je što norma DIN 743 u slučajevima opterećenja na vlak/ tlak, savijanje i uvijanje rabi identične oznake, a numerički izračun u programskom paketu „MathCad R13“ to ne podržava.

SAŽETAK RADA

Osnovni zadatak ovog završnog rada je izvođenje kontrolnog izračuna vratila prema normi DIN 743-2000. Prikaz izračuna vratila prema danoj normi dan je u drugom poglavlju. U tu svrhu izrađena je rutina u programskom paketu MathCad R13. Rutina omogućava provjeru kritičnih presjeka vratila na dinamičku izdržljivost i na plastičnu deformaciju materijala. Dokazivanje čvrstoće zasniva se na izračunu sigurnosnih faktora na dinamičku izdržljivost S_D i na plastičnu deformaciju materijala S_F . Valjanost rutine provjerena je na primjerima 1, 2 i 3 iz norme DIN 743.

U četvrtom poglavlju predložen je način sprezanja MKE i numeričkog izračuna prema normi DIN 743. Za izradu modela vratila i analizu naprezanja rabljen je programski paket Catia V5 R16. U njemu su također pomoću dodatnog numeričkog algoritma temeljenog na DIN 743 određeni i odgovarajući faktori sigurnosti (sigurnost na dinamičku izdržljivost i na plastičnu deformaciju). Provjera valjanosti sprege MKE i DIN 743 izvršena je na primjerima 1, 2 i 3 iz norme DIN 743. Dobiveni rezultati tabelarno su uspoređeni s rezultatima numeričkog proračuna prema DIN 743 dobivenih rutinom u programskom paketu MathCad R13.

U ovom poglavlju također je razmotreno i na primjeru 1 [4] provjereno sprezanje MKE i norme DIN 743 objavljeno u literaturi [10].

Peto poglavlje obuhvaća usporedni kontrolni izračun vratila reduktora. Na osam kritičnih presjeka vratila proveden je kontrolni izračun numeričkim postupkom prema normi DIN 743 i predloženim načinom sprezanja MKE i DIN 743.

U zaključku rada opisane su prednosti i nedostaci predloženog načina sprezanja MKE i norme DIN 743, te dane smjernice za daljnji razvoj i poboljšanje.

SUMMARY

The basic task of this work is performing the control calculation of shaft according to DIN 743-2000 standard. Presentation of this calculation is given in the second part of work. For that purpose, the routine in MathCad R13 has been made. The routine enables strength analysis on critical cross-sections of shaft. The proof of strength is based on calculation of a safety factor against fatigue S_D and against static failure S_F . The routine has been verified on examples 1, 2 and 3 from DIN 743 standard.

In the fourth part of the work a possibility of coupling between FEM and numerical calculation according to DIN 743 standard has been examined. Modeling and finite element analysis have been made in Catia V5 R16. The safety factors have also been determined by the help of additional numerical calculation based on DIN 743 in Catia. The new proceeding has also been verified on examples 1, 2 and 3 from DIN 743 standard. The obtained results have been compared with the results of numerical calculation according to DIN 743 standard.

The fourth part of work also examines example of coupling between FEM and DIN 743 given in literature [10].

The fifth chapter of work contains parallel control calculations of gearbox shaft. Control calculations have been made on eight critical cross-sections of shaft. Numerical calculation by DIN 743 standard and coupling between FEM and DIN 743 have been used.

Conclusion of work describes advantages and limitations of coupling between FEM and DIN 743 and gives directions for its further evolution and improvement.

KLJUČNE RIJEČI: Vratilo, osovina, izračun,
faktor zareznog djelovanja, čvrstoća materijala

KEYWORDS: Shaft, axle, calculation,
fatigue notch factor, strength of materials

POPIS OZNAKA

b_2 , mm	- širina zupčanika 2
b_3 , mm	- širina zupčanika 3
d , mm	- promjer strojnog dijela na mjestu smanjenog poprečnog presjeka
d_B , mm	- promjer probne epruvete
d_{BK} , mm	- promjer probne epruvete za slučajeve kad je dinamički faktor zarezno djelovanja eksperimentalno određen
d_{eff} , mm	- promjer mjerodavan kod toplinske obrade
d_i , mm	- unutarnji promjer vratila
F_{Aha} , N	- horizontalna komponenta sile u osloncu A vratila reduktora kod amplitude okretnog momenta
F_{Ahm} , N	- horizontalna komponenta sile u osloncu A vratila reduktora kod srednje vrijednosti okretnog momenta
F_{Ava} , N	- vertikalna komponenta sile u osloncu A vratila reduktora kod amplitude okretnog momenta
F_{Avm} , N	- vertikalna komponenta sile u osloncu A vratila reduktora kod srednje vrijednosti okretnog momenta
F_{Baa} , N	- aksijalna komponenta sile u osloncu B vratila reduktora kod amplitude okretnog momenta
F_{Bam} , N	- aksijalna komponenta sile u osloncu B vratila reduktora kod srednje vrijednosti okretnog momenta
F_{Bha} , N	- horizontalna komponenta sile u osloncu B vratila reduktora kod amplitude okretnog momenta
F_{Bhm} , N	- horizontalna komponenta sile u osloncu B vratila reduktora kod srednje vrijednosti okretnog momenta
F_{Bva} , N	- vertikalna komponenta sile u osloncu B vratila reduktora kod

	amplitude okretnog momenta
F_{Bvm} , N	- vertikalna komponenta sile u osloncu B vratila reduktora kod srednje vrijednosti okretnog momenta
F_{a3a} , N	- aksijalna komponenta sile na zupčaniku 3 kod amplitude okretnog momenta
F_{a3m} , N	- aksijalna komponenta sile na zupčaniku 3 kod srednje vrijednosti okretnog momenta
F_{r2a} , N	- radijalna komponenta sile na zupčaniku 2 kod amplitude okretnog momenta
F_{r3a} , N	- radijalna komponenta sile na zupčaniku 3 kod amplitude okretnog momenta
F_{r2m} , N	- radijalna komponenta sile na zupčaniku 2 kod srednje vrijednosti okretnog momenta
F_{r3m} , N	- radijalna komponenta sile na zupčaniku 3 kod srednje vrijednosti okretnog momenta
F_{o2a} , N	- obodna komponenta sile na zupčaniku 2 kod amplitude okretnog momenta
F_{o3a} , N	- obodna komponenta sile na zupčaniku 3 kod amplitude okretnog momenta
F_{o2m} , N	- obodna komponenta sile na zupčaniku 2 kod srednje vrijednosti okretnog momenta
F_{o3m} , N	- obodna komponenta sile na zupčaniku 3 kod srednje vrijednosti okretnog momenta
F_{zd} , N	- vlačna/ tlačna sila
F_{zdm} , N	- srednja vrijednost vlačne/ tlačne sile
F_{zda} , N	- amplituda vlačne/ tlačne sile
$F_{zdm\max}$, N	- maksimalna vrijednost vlačne/ tlačne sile

$G, \text{N/mm}^3$	- gradijent naprezanja
$G_{zd,b,t}, \text{mm}^{-1}$	- relativni gradijenti naprezanja
G_{z2}, N	- težina zupčanika 2
G_{z3}, N	- težina zupčanika 3
H	- pomoćna veličina (za negativno srednje naprezanje)
$K_{zd,b\sigma}$	- ukupni utjecajni faktor kod normalnih naprezanja
K_T	- ukupni utjecajni faktor kod tangencijalnih naprezanja
$K_1(d_{eff})$	- tehnološki faktor utjecaja veličine
$K_{b2}(d)$	- geometrijski faktor utjecaja veličine kod opterećenja na savijanje (za poliranu epruvetu bez zareza)
$K_{t2}(d)$	- geometrijski faktor utjecaja veličine kod opterećenja na uvijanje (za poliranu epruvetu bez zareza)
$K_{zd2}(d)$	- geometrijski faktor utjecaja veličine kod opterećenja na vlak/ tlak (za poliranu epruvetu bez zareza)
$K_{3\sigma}(d)$	- geometrijski faktor utjecaja veličine kod normalnih naprezanja na konkretnom presjeku
$K_{3\sigma}(d_{BK})$	- geometrijski faktor utjecaja veličine kod normalnih naprezanja za probnu epruvetu promjera d_{BK}
$K_{3T}(d)$	- geometrijski faktor utjecaja veličine kod tangencijalnih naprezanja na konkretnom presjeku
$K_{3T}(d_{BK})$	- geometrijski faktor utjecaja veličine kod tangencijalnih naprezanja za probnu epruvetu promjera d_{BK}
K_{2F}	- faktor statičke izdržljivosti
$K_{F\sigma}$	- faktor utjecaja hrapavosti površine kod normalnih naprezanja
K_{FT}	- faktor utjecaja hrapavosti površine kod tangencijalnih naprezanja
K_V	- faktor očvršćenja površinskog sloja
K_{zd}	- faktor udara za vlak/tlak

K_b	- faktor udara kod savijanja
K_t	- faktor udara kod uvijanja
l , mm	- razmak oslonaca vratila
l_3 , mm	- razmak od oslonca vratila A pa do kritičnog presjeka 3
l_6 , mm	- razmak od oslonca vratila A pa do kritičnog presjeka 6
M_b , Nm	- moment savijanja
M_{ba} , Nm	- amplituda momenta savijanja
M_{bm} , Nm	- srednji moment savijanja
M_{bmax} , Nm	- maksimalni moment savijanja
M_{xy} , Nm	- moment savijanja u xy ravnini
M_{xz} , Nm	- moment savijanja u xz ravnini
$n_{zd,b,t}$, mm	- faktori potpore za vlak/ tlak, savijanje i uvijanje
r , mm	- polumjer zareznog djelovanja
R_z , μm	- prosječna visina neravnina
S_D	- sigurnost na dinamičku izdržljivost (trajnu čvrstoću)
S_F	- sigurnost na tečenje materijala
S_{min}	- minimalna dopuštena sigurnost
T , Nm	- moment uvijanja
T_a , Nm	- amplituda momenta uvijanja
T_m , Nm	- srednji moment uvijanja
T_{max} , Nm	- maksimalni moment uvijanja
α , °	- standardni kut zahvatne linije
$\alpha_{zd\sigma}$	- faktor oblika za normalna opterećenja (statički faktor zareznog djelovanja) kod opterećenja na vlak/ tlak
$\alpha_{b\sigma}$	- faktor oblika za normalna opterećenja (statički faktor zareznog djelovanja) kod opterećenja na savijanje
α_τ	- faktor oblika za tangencijalna opterećenja (statički faktor zareznog

	djelovanja)
$\beta, ^\circ$	- kut nagiba boka zuba
$\beta_{zd\sigma}$	- dinamički faktor zareznog djelovanja za normalna naprezanja na konkretnom presjeku strojnog dijela kod opterećenja na vlak/ tlak
$\beta_{b\sigma}$	- dinamički faktor zareznog djelovanja za normalna naprezanja na konkretnom presjeku strojnog dijela kod opterećenja na savijanje
$\beta_\sigma(d_{BK})$	- dinamički faktor zareznog djelovanja za normalna naprezanja na promjeru probne epruvete d_{BK}
β_τ	- dinamički faktor zareznog djelovanja za tangencijalna naprezanja na konkretnom presjeku strojnog dijela
$\beta_\tau(d_{BK})$	- dinamički faktor zareznog djelovanja za tangencijalna naprezanja na promjeru probne epruvete d_{BK}
γ_F	- faktor povećanja granice tečenja
$\sigma_{ba}, \text{ Mpa}$	- amplituda naprezanja kod opterećenja na savijanje
$\sigma_{bm}, \text{ MPa}$	- srednje normalno naprezanje kod opterećenja na savijanje
$\sigma_{bmax}, \text{ Mpa}$	- maksimalno normalno naprezanje kod opterećenja na savijanje
$\sigma_{bamax}, \text{ Mpa}$	- maksimalno normalno naprezanje kod amplitude opterećenja na savijanje
$\sigma_{bmmax}, \text{ Mpa}$	- maksimalno normalno naprezanje kod opterećenja srednjim momentom savijanja
$\sigma_{bADK}, \text{ Mpa}$	- amplituda dinamičke izdržljivosti kod opterećenja na savijanje
$\sigma_{bF}, \text{ Mpa}$	- granica tečenja materijala kod opterećenja na savijanje
$\sigma_{bFK}, \text{ Mpa}$	- granica tečenja strojnog dijela kod opterećenja na savijanje
$\sigma_{bW}, \text{ MPa}$	- dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na savijanje za probnu epruvetu promjera d_B
$\sigma_{bWK}, \text{ MPa}$	- dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na savijanje

σ_{mv} , MPa	- ekvivalentno srednje normalno naprezanje
σ_{zda} , MPa	- amplituda naprezanja kod opterećenja na vlak/ tlak
σ_{zdamax} , MPa	- maksimalno normalno naprezanje kod amplitude opterećenja na vlak/ tlak
σ_{zdm} , MPa	- srednje normalno naprezanje kod opterećenja na vlak/tlak
σ_{zdmmax} , MPa	- maksimalno normalno naprezanje kod opterećenja na vlak/tlak
σ_{zdmmax} , MPa	- maksimalno normalno naprezanje kod srednjeg opterećenja na vlak/ tlak
σ_{zdADK} , MPa	- amplituda dinamičke izdržljivosti kod opterećenja na vlak/tlak
σ_{zdF} , MPa	- granica tečenja materijala kod opterećenja na vlak/tlak
σ_{zdFK} , MPa	- granica tečenja strojnog dijela kod opterećenja na vlak/tlak
σ_{zdW} , MPa	- dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na vlak/ tlak za probnu epruvetu promjera d_B
σ_{zdWK} , MPa	- dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na vlak/ tlak
σ_B , MPa	- granica razvlačenja materijala (probne epruvete)
$\sigma_B(d)$, MPa	- granica razvlačenja na konkretnom presjeku strojnog dijela
σ_S , MPa	- granica tečenja materijala (probne epruvete)
$\sigma_S(d)$, MPa	- granica tečenja na konkretnom presjeku strojnog dijela
τ_{ta} , MPa	- amplituda naprezanja kod opterećenja na uvijanje
τ_{tm} , MPa	- srednje tangencijalno naprezanje kod opterećenja na uvijanje
τ_{tmax} , MPa	- maksimalno tangencijalno naprezanje kod opterećenja na uvijanje
τ_{tamax} , MPa	- maksimalno tangencijalno naprezanje kod amplitude opterećenja na uvijanje
τ_{tmmax} , MPa	- maksimalno tangencijalno naprezanje kod srednjeg opterećenja na uvijanje
τ_{mv} , MPa	- ekvivalentno srednje tangencijalno naprezanje

τ_{tADK} , Mpa	- amplituda dinamičke izdržljivosti kod opterećenja na uvijanje
τ_{tF} , Mpa	- granica tečenja materijala kod opterećenja na uvijanje
τ_{tFK} , Mpa	- granica tečenja strojnog dijela kod opterećenja na uvijanje
τ_{tW} , Mpa	- dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na uvijanje za probnu epruvetu d_B
τ_{tWK} , MPa	- dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na uvijanje
$\psi_{zd, \sigma K}, \psi_{\tau K}$	- pomoćni faktori za proračun amplituda dinamičkih izdržljivosti

OZNAKE KONAČNIH ELEMENATA (MKE)

HE8	- osnovni prizmatični konačni element s 8 čvorova i 24 stupnja slobode gibanja
TE4	- osnovni tetraedarski konačni element s 4 čvora i 12 stupnjeva slobode gibanja
TE10	- tetraedarski konačni element drugog reda s 10 čvorova i 30 stupnjeva slobode gibanja
WE6	- osnovni prizmatični konačni element s 6 čvorova i 18 stupnjeva slobode gibanja
η	- relativna pogreška

INDEKSI

A	amplituda dinamičke izdržljivosti,
a	amplituda opterećenja, naprezanja
b	savijanje
b_w	naizmjenično savijanje
D	dinamička izdržljivost
K	strojni dio sa zarezom
max	najveći
m	srednja vrijednost opterećenja, naprezanja
t	torzija
v	ekvivalentno
W	naizmjenično
zd	vlak/ tlak
σ	savijanje, vlak/ tlak
T	torzija

POPIS SLIKA

Slika 2.1.1	Dijagram toka kontrolnog izračuna.....	26
Slika 2.3.1.1.1	Utjecaj faktora $K_{zd\sigma}$, $K_{b\sigma}$ i K_r na dinamičku izdržljivost [6].....	31
Slika 2.3.1.1.2	Utjecaj faktora $K_{zd\sigma}$, $K_{b\sigma}$ na dinamičku izdržljivost (Smithov dijagram) [6]	32
Slika 2.3.1.2.1	Veze vratila i glavine – pero i stezni spoj [6].....	35
Slika 2.3.1.2.2	Dinamički faktori zareznog djelovanja kod promjera $d_{BK} = 40 \text{ mm}$ [6].....	35
Slika 2.3.2.1.1	Smithov dijagram za slučajeve 1 $\sigma_{mv} = \text{konst.}$ i 2 $\sigma_a / \sigma_{mv} = \text{konst.}$...	41
Slika 4.1.1	Dijagram toka izračuna za predloženi način sprežanja MKE i DIN 743.....	44
Slika 4.1.1.1	Ulazni podaci iz primjera 1 [4].....	45
Slika 4.1.1.2	Model prijelaznog radijusa – primjer 1 [4].....	46
Slika 4.1.1.3	Mreža modela prijelaznog radijusa s TE10 – primjer 1 [4].....	47
Slika 4.1.1.4	Mreža modela prijelaznog radijusa s HE8 – primjer 1 [4].....	47
Slika 4.1.1.5	Pomoćni algoritam za predloženi način sprežanja MKE i DIN 743 kod modela prijelaznog radijusa. Mrežu modela čine konačni elementi HE8	48
Slika 4.1.1.6	Maksimalno srednje naprežanje na savijanje TE10 - primjer 1 [4]	53
Slika 4.1.1.7	Maksimalno srednje naprežanje na uvijanje TE10 - primjer 1 [4]...	53
Slika 4.1.1.8	Maksimalno srednje naprežanje na savijanje HE8 - primjer 1 [4]...	54
Slika 4.1.1.9	Maksimalno srednje naprežanje na uvijanje HE8 - primjer 1 [4]	54
Slika 4.1.1.10	Određivanje veličine pogreške kod konačnih elemenata TE10.....	55
Slika 4.1.1.11	Određivanje kvalitete konačnog elementa TE10.....	55
Slika 4.1.2.1	Ulazni podaci iz primjera 2 [4].....	56
Slika 4.1.2.2	Model rukavca s utorom za pero – primjer 2 [4].....	59
Slika 4.1.2.3	Mreža modela s konačnim elementima TE10 – primjer 2 [4].....	59
Slika 4.1.2.4	Maksimalna vrijednost naprežanja kod srednjeg opterećenja na uvijanje – primjer 2 [4]	60

Slika 4.1.2.5	Maksimalna vrijednost naprezanja kod maksimalnog opterećenja na savijanje – primjer 2 [4]	60
Slika 4.1.3.1	Ulazni podaci iz primjera 3 [4].....	63
Slika 4.1.3.2	Model prijelaza s urezom – primjer 3 [4].....	64
Slika 4.1.3.3	Mreža modela s konačnim elementima TE10 – primjer 3 [4].....	64
Slika 4.1.3.4	Maksimalno srednje naprezanje na savijanje – primjer 3 [4].....	65
Slika 4.1.3.5	Maksimalno naprezanje kod amplitude momenta na savijanje primjer 3 [4].....	65
Slika 4.2.1	Dijagram toka izračuna sprežanja MKE i DIN 743 prema [10].....	68
Slika 5.1	Skica dispozicije vratila [11].....	77
Slika 5.2	Konstruktivne dužine i promjeri vratila reduktora.....	78
Slika 5.3	Model vratila reduktora	78
Slika 5.4	Mreža modela vratila reduktora s TE4 (kod izračuna kritičnog presjeka 4 mreža je usitnjena na mjestu kritičnog presjeka 4).....	79
Slika 5.5	Aksonometrijska skica sila koje opterećuju vratilo reduktora [11]...	79
Slika 5.6	Opterećenje vratila reduktora kod srednjeg momenta uvijanja T_m ..	80
Slika 5.7	Opterećenje vratila reduktora kod amplitude momenta uvijanja T_a ..	81
Slika 5.8	Usporedni dijagram sigurnosti na dinamičku izdržljivost S_D i na tečenje materijala S_F na kritičnim presjecima vratila reduktora.....	91
Slika 5.9	Relativna pogreška sprege MKE i DIN 743 u odnosu na DIN 743...	92

POPIS TABLICA

Tablica 4.1.1.1	Usporedba rezultata dobivenih numeričkim izračunom prema normi DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743 na primjeru 1 [4]	49
Tablica 4.1.1.2	Konvergencija rezultata kod predloženog sprežanja MKE i DIN 743 na primjeru 1 [4]	52
Tablica 4.1.2.1	Usporedba rezultata dobivenih numeričkim izračunom prema normi DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743 na primjeru 2 [4]	61
Tablica 4.1.3.1	Usporedba rezultata dobivenih numeričkim izračunom prema normi DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743 na primjeru 3 [4]	66
Tablica 4.2.2.1	Prikaz rezultata izračuna izloženim metodama na na primjeru 1 [4]	74
Tablica 5.1	Vrijednosti opterećenja kod srednjeg momenta uvijanja T_m	80
Tablica 5.2	Vrijednosti opterećenja kod amplitude momenta uvijanja T_a	81
Tablica 5.3	Prikaz kontrolnog izračuna vratila reduktora numeričkim izračunom prema DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743 presjeci 1 i 2 (naprezanje na savijanje).....	82
Tablica 5.4	Prikaz kontrolnog izračuna vratila reduktora numeričkim izračunom prema DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743 presjeci 3 i 4 (naprezanje na savijanje i uvijanje).....	84
Tablica 5.5	Prikaz kontrolnog izračuna vratila reduktora numeričkim izračunom prema DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743 presjek 5 (naprezanje na savijanje i uvijanje) presjek 6 (naprezanje na vlak/tlak, savijanje i uvijanje)	86
Tablica 5.6	Prikaz kontrolnog izračuna vratila reduktora numeričkim izračunom prema DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743 presjeci 7 i 8 (naprezanje na savijanje i vlak/ tlak).....	89

Tablica 5.7	Prikaz kontrolnog izračuna vratila reduktora numeričkim izračunom prema DIN 743 smanjenje stupnjeva vratila – prva iteracija.....	93
Tablica 5.8	Prikaz kontrolnog izračuna vratila reduktora numeričkim izračunom prema DIN 743 smanjenje stupnjeva vratila – druga iteracija.....	93

1. UVOD

Najčešći problem inženjera i tehničara u konstrukcijskim i projektnim uredima širom svijeta jest određivanje faktora sigurnosti za određenu konstrukciju. Koje opterećenje u određenim uvjetima može konstrukcija podnijeti, a da ne dođe do njenog deformiranja ili u najgorem slučaju do havarije i smrti ljudi. Svekolikim napretkom znanosti i informatike svakodnevno se iznalaze nove metode za određivanje faktora sigurnosti. Često su te metode usko specijalizirane za određeni tip konstrukcije ili za neki strojni dio. Za inženjere koji se bave konstruiranjem i oblikovanjem vratila zadatak je, nakon provedbe tzv., *projektnog izračuna* „, određivanje faktora sigurnosti na kritičnim presjecima, tj. na mjestima geometrijskih diskontinuiteta gdje dolazi do velikog porasta naprezanja.

Norma DIN 743 obuhvaća upute i jednadžbe za određivanje faktora sigurnosti na kritičnim presjecima vratila i to prema dva kriterija:

- sigurnost u odnosu na plastičnu deformaciju materijala
- sigurnost u odnosu na dinamičku izdržljivost materijala

Izračun razmatra opterećenja na vlak/ tlak, savijanje i uvijanje. Smično naprezanje uzrokovano smičnim silama ne uzima se u obzir. Za kratka vratila uporaba ove norme nije preporučena.

Norma je rezultat dugogodišnjeg istraživanja i iskustva inženjera u području dinamičke izdržljivosti vratila kao neizbježnog elementa u većini strojeva. Dimenzije vratila u primjeni se kreću u vrlo širokom rasponu. Međutim, uvijek se pojavljuju u sličnom obliku i s tipičnim prijelazima među stupnjevima vratila, urezima i načinima vezanja s glavinama. Važno je napomenuti da je u ovoj normi opterećenje vratila rastavljeno na vlak/ tlak, savijanje i uvijanje da bi se na zadovoljavajući način mogli iskoristiti podaci o dinamičkoj izdržljivosti materijala koja je dana odvojeno za svaki od ova tri načina opterećenja. Svakako da i odgovarajući faktori zarezno djelovanja ne ovise samo o oblicima prijelaza među stupnjevima, urezima i utorima već ovise i o načinu opterećenja. Norma DIN 743 je zapravo efikasan način za određivanje faktora sigurnosti na plastičnu deformaciju i dinamičku izdržljivost kritičnih presjeka vratila. Metoda konačnih elemenata je alat za dobivanje i lociranje maksimalnih naprezanja, ali ne rješava problem određivanja faktora sigurnosti na dinamičku izdržljivost i na plastičnu deformaciju. Razlog tome je što su ti faktori veličine koje pored opterećenja ovise i o veličini strojnog dijela, hrapavosti, otvrdnjavanju površine i sl. Budući da norma DIN 743 rješava taj problem u ovom radu je predložen način objedinjavanja MKE i DIN 743.

Rezultati dobiveni kontrolnim izračunom prema normi DIN 743 otklanjaju nedoumice u pitanjima sigurnosti na kritičnim presjecima vratila, te time omogućuju konstruktorima vratila uspješnije i preciznije dimenzioniranje.

2. KONTROLNI IZRAČUN VRATILA PREMA NORMI DIN 743

Norma DIN 743 namjenjena je zajednici inženjera koji se bave izračunom čvrstoće vratila i osovina. Kroz tri dijela od kojih je sastavljena, norma omogućava određivanje faktora sigurnosti na dinamičku izdržljivost i tečenje materijala za pojedine presjeke vratila.

Norma se sastoji od tri dijela i dodatnog priloga s primjerima izračuna:

743-1: Uvod i osnove izračuna

743-2: Koeficijenti oblika i zareznog djelovanja

743-3: Materijali, mehanička svojstva

743 3 primjera izračuna

Ovim kontrolnim izračunom prema normi DIN 743 kod izvedenog i potpuno oblikovanog vratila izrađenom iz usvojenog materijala izvode se dvije vrste kontrola:

- kontrola u odnosu na plastičnu deformaciju vratila
- kontrola na dinamičku izdržljivost (trajnu čvrstoću)

Kontrola na plastičnu deformaciju izvodi se zbog mogućnosti pojavljivanja naprezanja koja su veća od granice tečenja materijala. Ova kontrola izvodi se uz maksimalna opterećenja. Ta se naprezanja često javljaju kod pokretanja i kočenja stroja.

Kontrola na mogući lom vratila izvodi se zbog trajnog dinamičkog opterećenja vratila. Pojavom površinskih pukotina najčešće na mjestima koncentrata naprezanja, uz veliki broj promjena opterećenja javlja se opasnost od njihovog širenja i loma vratila.

2.2 Kontrola na plastičnu deformaciju vratila

Kontrola na plastičnu deformaciju izvodi se uz maksimalna opterećenja vratila. Ta su opterećenja rijetka i uglavnom se pojavljuju prilikom pokretanja ili zaustavljanja radnog stroja. Najčešće su za dva ili tri puta veća od onih opterećenja kojima je stroj izložen u ustaljenom pogonu. Ova rijetka, ali vrlo visoka opterećenja izazivaju maksimalna naprezanja na kritičnim presjecima vratila. Veličina im je najčešće obuhvaćena faktorom udara. Faktor udara je iskustvena veličina koja ovisi o vrsti pogonskog i gonjenog stroja, a kreće se u vrijednostima od 1 do 3.

Računska sigurnost treba biti veća ili jednaka minimalnoj sigurnosti S_{\min} [1]:

$$S_F \geq S_{\min} \quad (1)$$

gdje je $S_{\min} = 1,2$

U slučaju istovremenog opterećenja vratila na vlak/ tlak, savijanje i uvijanje vrijedi [1]:

$$S_F = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zdmax}}{\sigma_{zdFK}} + \frac{\sigma_{bmax}}{\sigma_{bFK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{tmax}}{\tau_{tFK}}\right)^2}} \quad (2)$$

gdje su:

σ_{zdmax}	maksimalna normalno naprezanje uslijed opterećenja na vlak/ tlak
σ_{bmax}	maksimalna normalno naprezanje uslijed opterećenja na savijanje
τ_{tmax}	maksimalna tangencijalno naprezanje uslijed opterećenja na uvijanje
σ_{zdFK}	granica tečenja strojnog dijela kod opterećenja na vlak/ tlak
σ_{bFK}	granica tečenja strojnog dijela kod opterećenja na savijanje
τ_{tFK}	granica tečenja strojnog dijela kod opterećenja na uvijanje

Važno je napomenuti da na granicu tečenja strojnog dijela prema DIN 743 jedino utječe tehnološki faktor utjecaja veličine $K_1(d_{eff})$ i da ona ne ovisi o koncentratorima naprezanja. Oni utječu samo na dinamičke karakteristike materijala. U preporukama DIN 743 dana su još dva dodatna faktora korekcije granica plastičnosti, faktor statičke izdržljivosti ovisan o prisutnosti očvrnutog vanjskog sloja materijala K_{2F} i faktor porasta granice tečenja s obzirom na višeosno stanje naprezanja zareza γ_F . Granica plastičnosti ovisno o termičkoj obradi punog vratila može se time povisiti za 10-20%.

2.3 Kontrola na dinamičku izdržljivost vratila

Kontrola na dinamičku izdržljivost materijala određuje se iz omjera amplituda dinamičkih izdržljivosti i amplituda naprezanja na kritičnim presjecima vratila. Kao i u slučaju kontrole na tečenje materijala potrebno je točno odrediti koja naprezanja djeluju na kritičnim presjecima, te njihove srednje i amplitudne vrijednosti.

Računska sigurnost treba biti veća ili jednaka od minimalne sigurnosti S_{\min} [1]:

$$S_D \geq S_{\min} \quad (3)$$

gdje je $S_{\min} = 1,2$

Preporuča se definiranje i viših faktora sigurnosti od strane samog konstruktora.

U slučaju istovremenog opterećenja vratila na vlak/ tlak, savijanje i uvijanje vrijedi [1]:

$$S_D = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zda}}{\sigma_{zdADK}} + \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bADK}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ta}}{\tau_{tADK}}\right)^2}} \quad (4)$$

gdje su:

σ_{zda}	amplituda naprezanja uslijed vanjskog opterećenja na vlak/ tlak
σ_{ba}	amplituda naprezanja uslijed vanjskog opterećenja na savijanje
τ_{ta}	amplituda naprezanja uslijed vanjskog opterećenja na uvijanje
σ_{zdADK}	amplituda dinamičke izdržljivosti kod opterećenja na vlak/ tlak
σ_{bADK}	amplituda dinamičke izdržljivosti kod opterećenja na savijanje
τ_{tADK}	amplituda dinamičke izdržljivosti kod opterećenja na uvijanje

2.3.1 Faktori utjecaja na dinamičku izdržljivost

2.3.1.1 Ukupni utjecajni faktori $K_{zd\sigma}$, $K_{b\sigma}$, K_T

Ukupni utjecajni faktori $K_{zd\sigma}$, $K_{b\sigma}$ i K_T obuhvaćaju sve utjecaje na izdržljivost vratila na određenom kritičnom presjeku. Oni služe za određivanje granica dinamičke izdržljivosti, a računaju se prema slijedećim izrazima [1].

$$K_{zd\sigma} = \left[\frac{\beta_{zd\sigma}}{K_{zd2}(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right] \frac{1}{K_V} \quad (5)$$

$$K_{b\sigma} = \left[\frac{\beta_{b\sigma}}{K_{b2}(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right] \frac{1}{K_V} \quad (6)$$

$$K_T = \left[\frac{\beta_T}{K_{t2}(d)} + \frac{1}{K_{FT}} - 1 \right] \frac{1}{K_V} \quad (7)$$

gdje su:

$\beta_{zd\sigma}$ dinamički faktor zareznog djelovanja kod opterećenja na vlak/ tlak

$\beta_{b\sigma}$ dinamički faktor zareznog djelovanja kod opterećenja na savijanje

β_T dinamički faktor zareznog djelovanja kod opterećenja na uvijanje

$K_{zd2}(d)$ geometrijski faktor utjecaja veličine (za poliranu epruvetu bez zarez) kod opterećenja na vlak/ tlak

$K_{b2}(d)$ geometrijski faktor utjecaja veličine (za poliranu epruvetu bez zarez) kod opterećenja na savijanje

$K_{t2}(d)$ geometrijski faktor utjecaja veličine (za poliranu epruvetu bez zarez) kod opterećenja na uvijanje

$K_{F\sigma}$ faktor utjecaja hrapavosti površine kod normalnih naprezanja

K_{FT} faktor utjecaja hrapavosti površine kod tangencijalnih naprezanja

K_V faktor očvršćenja površinskog sloja

Dinamičke izdržljivosti pri čistom naizmjeničnom opterećenju za probnu epruvetu računaju se prema slijedećim izrazima [3]:

$$\sigma_{zdW} = 0,4 \sigma_B \quad (8)$$

$$\sigma_{bW} = 0,5 \sigma_B \quad (9)$$

$$\tau_{tW} = 0,3 \sigma_B \quad (10)$$

Dinamičke izdržljivosti pri čistom naizmjeničnom opterećenju za strojni dio računaju se prema slijedećim izrazima [1]:

$$\sigma_{zdWK} = \frac{\sigma_{zdW} \cdot K_1(d_{eff})}{K_{zd\sigma}} \quad (11)$$

$$\sigma_{bWK} = \frac{\sigma_{bW} \cdot K_1(d_{eff})}{K_{b\sigma}} \quad (12)$$

$$\tau_{tWK} = \frac{\tau_{tW} \cdot K_1(d_{eff})}{K_T} \quad (13)$$

gdje su:

σ_{zdW} dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na vlak/ tlak za probnu epruvetu promjera d_B

σ_{bW} dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na savijanje za probnu epruvetu promjera d_B

σ_{zdWK} dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na vlak/ tlak

σ_{bWK} dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na savijanje

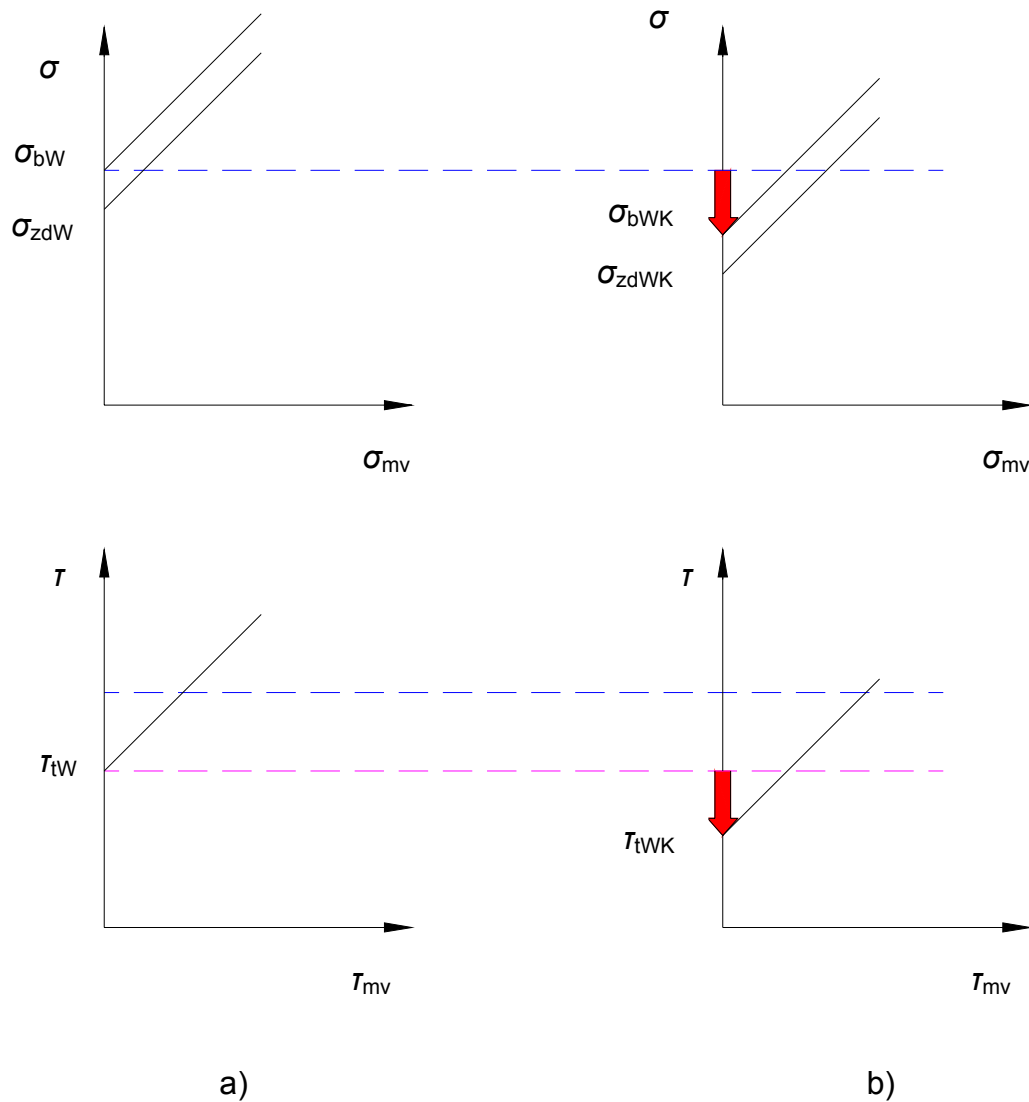
τ_{tW} dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na uvijanje za probnu epruvetu d_B

τ_{tWK} dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na uvijanje

σ_B granica razvlačenja materijala (probne epruvete)

$K_1(d_{eff})$ tehnološki faktor utjecaja veličine

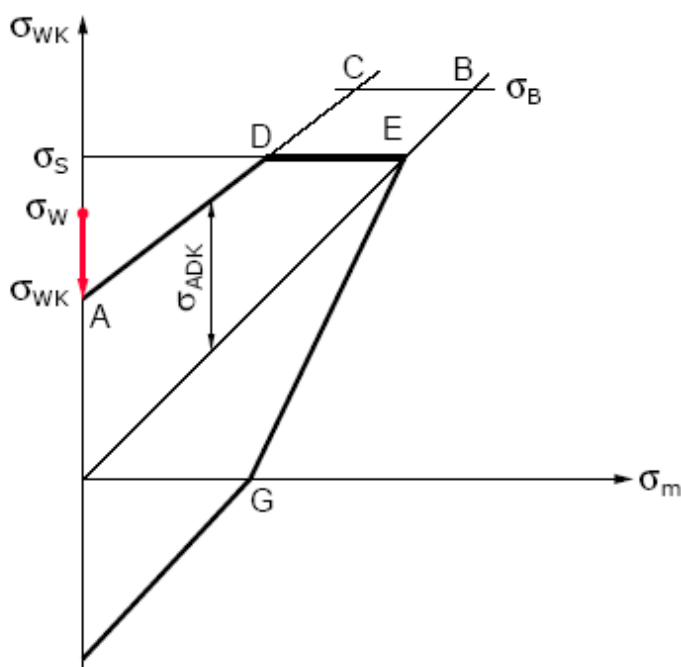
Ukupni utjecajni faktori $K_{zd\sigma}$, $K_{b\sigma}$ i K_r utječu na granice dinamičkih izdržljivosti kao što je prikazano na slikama 2.3.1.1.1 i 2.3.1.1.2. Porastom vrijednosti ukupnih faktora utjecaja $K_{zd\sigma}$, $K_{b\sigma}$ i K_r padaju vrijednosti dinamičkih izdržljivosti pri čistom naizmjeničnom opterećenju strojnog dijela.



Slika 2.3.1.1.1 Utjecaj faktora $K_{zd\sigma}$, $K_{b\sigma}$ i K_r na dinamičku izdržljivost

- a) dinamička izdržljivost epruvete
- b) dinamička izdržljivost vratila

Na slici 2.3.1.1.2 prikazano je na Smithovom dijagramu utjecaj faktora $K_{zd\sigma}$ i $K_{b\sigma}$ na dinamičku izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju za normalna naprezanja. Faktori $K_{zd\sigma}$ i $K_{b\sigma}$ utječu na smanjenje dinamičke izdržljivosti strojnog dijela u odnosu na dinamičku izdržljivost probne epruvete.



Slika 2.3.1.1.2 Utjecaj faktora $K_{zd\sigma}$ i $K_{b\sigma}$ na dinamičku izdržljivost (Smithov dijagram) [6]

2.3.1.2 Dinamički faktori zareznog djelovanja $\beta_{zd\sigma}$, $\beta_{b\sigma}$, β_r

Povećanje naprezanja u kritičnom presjeku vratila očituje se kroz dinamičke faktore zareznog djelovanja β_σ i β_r . Povećanje naprezanja nastaje zbog diskontinuiteta površine vratila. Porast naprezanja pri statičkom opterećenju se određuje faktorima oblika α_σ i α_r , dok se kod dinamičkog opterećenja taj porast uzima u obzir preko dinamičkih faktora zareznog djelovanja β_σ i β_r . Faktori oblika α_σ i α_r izvede se iz omjera maksimalnih i nazivnih vrijednosti naprezanja i ne ovise o materijalu vratila. U normi DIN 743 faktori oblika definirani su izrazima [2]:

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\max K}}{\sigma_n} \quad (14)$$

$$\alpha_r = \frac{\tau_{\max K}}{\tau_n} \quad (15)$$

gdje su:

- $\sigma_{\max K}$ maksimalno normalno naprezanje na kritičnom presjeku vratila
 σ_n nazivno normalno naprezanje
 $\tau_{\max K}$ maksimalno tangencijalno naprezanje na kritičnom presjeku vratila
 τ_n nazivno tangencijalno naprezanje

Dinamički faktori zarezno djelovanja $\beta_{zd\sigma}$, $\beta_{b\sigma}$ i β_τ definiraju se preko usporedbe dinamičkih izdržljivosti epruvete promjera d bez zareza sa dinamičkim izdržljivostima strojnog dijela sa zarezom [2].

$$\beta_{zd\sigma} = \frac{\sigma_{zdW}(d)}{\sigma_{zdWK}} \quad (16)$$

$$\beta_{b\sigma} = \frac{\sigma_{bW}(d)}{\sigma_{bWK}} \quad (17)$$

$$\beta_\tau = \frac{\tau_{tW}(d)}{\tau_{tWK}} \quad (18)$$

gdje su:

- $\sigma_{bW}(d)$ dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na savijanje za epruvetu promjera d bez zareza
 σ_{bWK} dinamička izdržljivost strojnog dijela sa zarezom pri čistom naizmjeničnom opterećenju na savijanje
 $\sigma_{zdW}(d)$ dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na vlak/ tlak za epruvetu promjera d bez zareza
 σ_{zdWK} dinamička izdržljivost strojnog dijela sa zarezom pri čistom naizmjeničnom opterećenju na vlak/ tlak
 $\tau_{tW}(d)$ dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na uvijanje za epruvetu promjera d bez zareza
 τ_{tWK} dinamička izdržljivost strojnog dijela sa zarezom pri čistom naizmjeničnom opterećenju na uvijanje

Dinamički faktori zareznog djelovanja $\beta_{zd\sigma}$, $\beta_{b\sigma}$ i β_{τ} manji su od faktora oblika $\alpha_{zd\sigma}$, $\alpha_{b\sigma}$ i α_{τ} za utjecaj faktora potpore n koji je funkcija gradijenta porasta naprezanja i materijala vratila [2]:

$$\beta_{\sigma,\tau} = \frac{\alpha_{\sigma,\tau}}{n} \quad (19)$$

Faktori potpore računaju se iz granice tečenja i vrste opterećenja u zarezu prema formulama [2]:

- za poboljšana i normalizirana vratila:

$$n = 1 + \sqrt{G' \text{ mm}} 10^{-\left[0,33 + \frac{\sigma_S(d)}{712}\right]} \quad (20)$$

- za otvrdnuta vratila:

$$n = 1 + \sqrt{G' \text{ mm}} 10^{-0,7} \quad (21)$$

gdje su:

$\sigma_S(d)$ granica tečenja na konkretnom presjeku strojnog dijela

G' relativni gradijent naprezanja

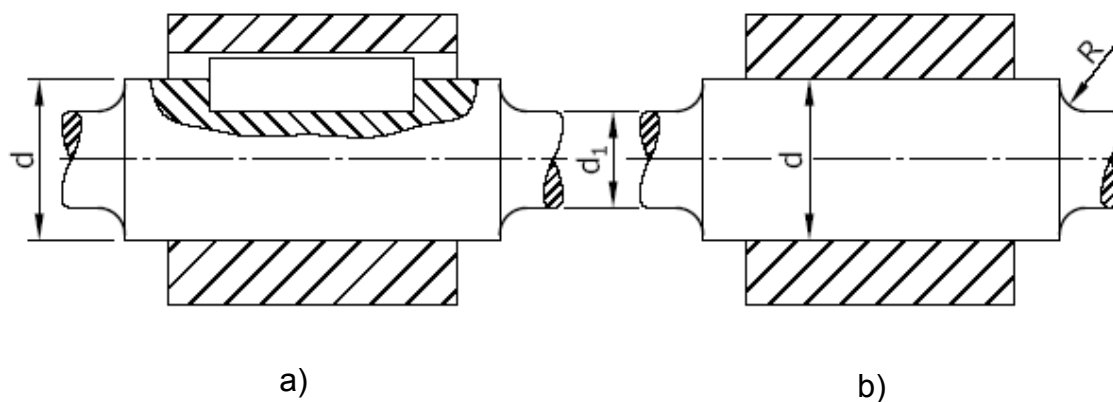
U nekim slučajevima dinamički faktori zareznog djelovanja β_{σ} i β_{τ} određeni su iz eksperimentalnih ispitivanja. Najčešći takvi primjeri su veze vratila i glavine steznim spojem i perom kao što je prikazano na slici 2.3.1.2.1. Na probnom uzorku vratila promjera $d_{BK} = 40$ mm određuje se dinamički faktor zareznog djelovanja $\beta_{\sigma}(d_{BK})$ za savijanje. Nakon toga se korektivnim faktorima $K_{3\sigma}(d)$, $K_{3\tau}(d)$, $K_{3\sigma}(d_{BK})$ i $K_{3\tau}(d_{BK})$ koji uzimaju u obzir promjere stvarnog d i probnog vratila d_{BK} određuju vrijednosti dinamičkih faktora zareznog djelovanja za stvarni promjer vratila. Iako je za proračune sigurnosti na presjecima na kojima je ostvarena veza vratila i glavine norma DIN 743 usko povezana s normom DIN 6892, norma DIN 743 obrađuje poseban slučaj opterećenja kada je odnos srednjeg tangencijalnog naprezanja i amplitude naprezanja na savijanje jednak 0,5 te daje osnovne vrijednosti faktora zareznog djelovanja za taj slučaj.

$$\frac{\tau_{tm}}{\sigma_{ba}} = 0,5$$

gdje su: τ_{tm} srednje naprezanje na uvijanje

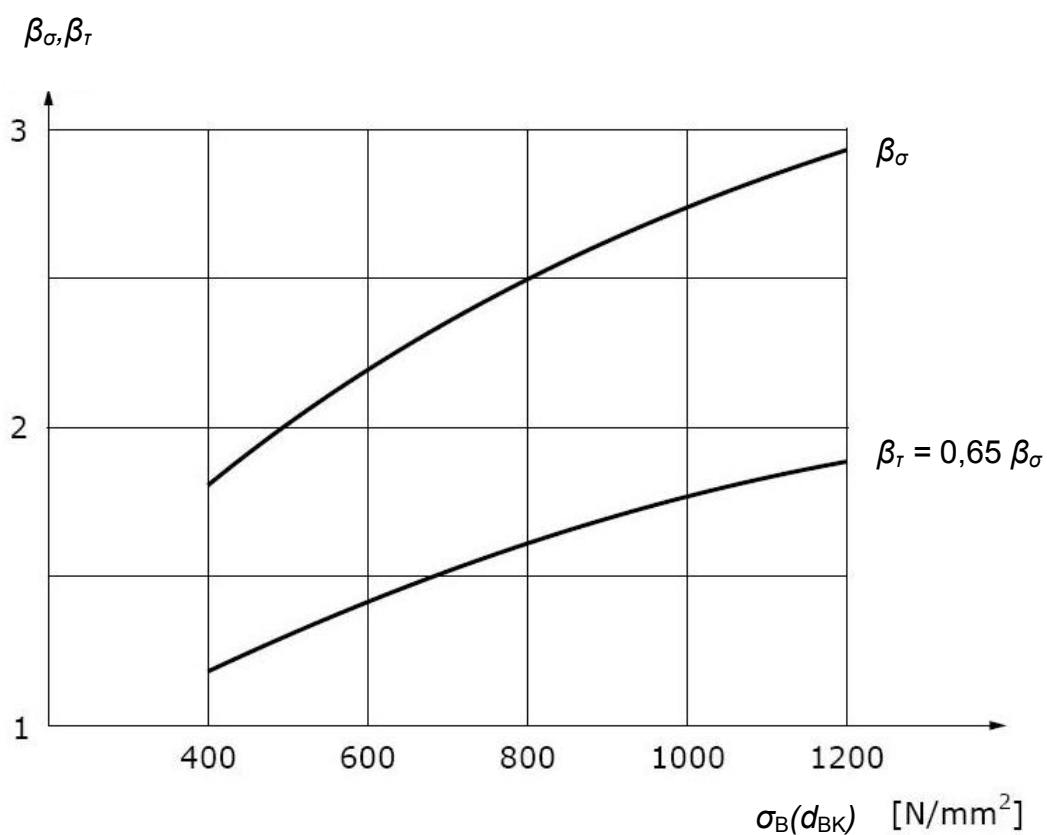
σ_{ba} amplituda naprezanja na savijanje

Za sve ostale slučajeve treba pogledati normu DIN 6892.



Slika 2.3.1.2.1 Veze vratila i glavine – pero i stezni spoj [6]

- a) perom
- b) steznim spojem



Slika 2.3.1.2.2 Dinamički faktori zareznog djelovanja kod promjera $d_{BK} = 40 \text{ mm}$ [6]

2.3.1.3 Geometrijski faktori utjecaja veličine $K_2(d)$, $K_3(d)$ i $K_3(d_{BK})$

Čvrstoća strojnog dijela ovisi o njegovoj veličini. S porastom promjera ili debljine dolazi do pada čvrstoće. Taj je efekt u normi DIN 743 obuhvaćen geometrijskim faktorima utjecaja veličine $K_2(d)$, $K_3(d)$ i $K_3(d_{BK})$.

2.3.1.4 Faktori utjecaja hrapavosti površine $K_{F\sigma}$ i K_{Fr}

Veće površinske neravnine dovode do negativnih utjecaja zareza nastalih obradom na nosivost površinskih vlakana materijala. Dinamička čvrstoća se smanjuje.

2.3.1.5 Faktor očvršćenja površinskog sloja K_V

Određenim tehnološkim postupcima može se proizvesti tlačno naprezanje u površinskim slojevima. Na taj način poraste i dinamička čvrstoća. Faktor K_V uzima u obzir to povećanje. Takvi postupci su npr. nitiranje i sačmarenje.

2.3.2 Amplitude dinamičkih izdržljivosti

Prema odnosu amplitude i ekvivalentne srednje vrijednosti naprezanja prilikom povećanja opterećenja, prema DIN 743 razlikuju se dva različita slučaja izračuna čvrstoće oblika:

2.3.2.1 Slučaj 1 ($\sigma_{mv} = konst.$, $\tau_{mv} = konst.$)

Faktor sigurnosti se temelji na promijeni amplitude naprezanja kod promijene pogonskog opterećenja. Srednje ekvivalentno naprezanje je konstantno, a računa se prema [1]:

$$\sigma_{mv} = \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 (\tau_{tm})^2} \quad (22)$$

$$\tau_{mv} = \frac{\sigma_{mv}}{\sqrt{3}} \quad (23)$$

gdje su:

σ_{zdm} srednje normalno naprezanje kod opterećenja na vlak/tlak

σ_{bm} srednje normalno naprezanje kod opterećenja na savijanje

τ_{tm} srednje tangencijalno naprezanje kod opterećenja na uvijanje

Za izračun amplituda dinamičkih izdržljivosti rabe se pomoćni faktori koji se za različite načine opterećenja računaju prema [1]:

$$\psi_{zd\sigma K} = \frac{\sigma_{zdWK}}{2 K_1 (d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{zdWK}} \quad (24)$$

$$\psi_{b\sigma K} = \frac{\sigma_{bWK}}{2 K_1 (d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \sigma_{bWK}} \quad (25)$$

$$\psi_{\tau K} = \frac{\tau_{tWK}}{2 K_1 (d_{eff}) \cdot \sigma_B(d_B) - \tau_{tWK}} \quad (26)$$

Ako su ispunjeni uvijeti :

$$\sigma_{mv} \leq \frac{\sigma_{zd,bFK} - \sigma_{zd,bWK}}{1 - \psi_{zd,b\sigma K}} \quad (27)$$

$$\tau_{mv} \leq \frac{\tau_{tFK} - \tau_{tWK}}{1 - \psi_{\tau K}} \quad (28)$$

kod $\sigma_{mv} = \text{konst.}$, $\tau_{mv} = \text{konst.}$, amplitude dinamičkih izdržljivosti se računaju prema:
:

$$\sigma_{zdADK} = \sigma_{zdWK} - \psi_{zd\sigma K} \cdot \sigma_{mv} \quad (29)$$

$$\sigma_{bADK} = \sigma_{bWK} - \psi_{b\sigma K} \cdot \sigma_{mv} \quad (30)$$

$$\tau_{tADK} = \tau_{tWK} - \psi_{\tau K} \cdot \tau_{mv} \quad (31)$$

gdje su:

$K_1(d_{eff})$	tehnološki faktor utjecaja veličine
$\sigma_B(d_B)$	granica razvlačenja materijala (probne epruvete)
σ_{zdWK}	dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na vlak/ tlak
σ_{bWK}	dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na savijanje
τ_{tWK}	dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na uvijanje
$\psi_{zd, b\sigma K}, \psi_{\tau K}$	pomoćni faktori za proračun amplituda dinamičkih izdržljivosti
σ_{mv}	ekvivalentno srednje normalno naprezanje
τ_{mv}	ekvivalentno srednje tangencijalno naprezanje
σ_{zdFK}	granica tečenja strojnog dijela kod opterećenja na vlak/ tlak
σ_{bFK}	granica tečenja strojnog dijela kod opterećenja na savijanje
τ_{tFK}	granica tečenja strojnog dijela kod opterećenja na uvijanje

Ako uvjeti (27) i (28) nisu zadovoljeni kod $\sigma_{mv} = \text{konst.}$, $\tau_{mv} = \text{konst.}$, amplitude dinamičkih izdržljivosti se računaju prema:

$$\sigma_{zdADK} = \sigma_{zdFK} - \sigma_{mv} \quad (32)$$

$$\sigma_{bADK} = \sigma_{bFK} - \sigma_{mv} \quad (33)$$

$$\tau_{tADK} = \tau_{tFK} - \tau_{mv} \quad (34)$$

Ako je $\sigma_{zdm} + \sigma_{bm} < 0$, σ_{mv} se računa prema:

$$\sigma_{mv} = \frac{H}{|H|} \sqrt{|H|} \quad , \quad H = \frac{(\sigma_{bm} + \sigma_{zdm})^3}{|(\sigma_{bm} + \sigma_{zdm})|} + 3 (\tau_{tm})^2 \quad (35)$$

gdje je:

H pomoćna veličina (za negativno srednje naprezanje)

Ako je $\sigma_{mv} < 0$, $\tau_{mv} = 0$ vidi [1]. U ovom radu niti u jednom primjeru taj način opterećenja vratila se nije pojavljivao pa stoga nije niti detaljnije opisan.

2.3.2.2 Slučaj 2 ($\sigma_{mv} / \sigma_{zd,ba} = konst.$, $\tau_{mv} / \tau_{ta} = konst.$)

Izračun se temelji na pretpostavci da kod promjene pogonskog opterećenja odnos amplitude i srednje vrijednosti naprezanja ostaje nepromijenjen.

Ako su ispunjeni uvjeti [1]:

$$\frac{\sigma_{mv}}{\sigma_{zd,ba}} \leq \frac{\sigma_{zd,bFK} - \sigma_{zd,bWK}}{\sigma_{zd,bWK} - \psi_{zd,b\sigma K} \cdot \sigma_{zd,bFK}} \quad (36)$$

$$\frac{\tau_{mv}}{\tau_{ta}} \leq \frac{\tau_{tFK} - \tau_{tWK}}{\tau_{tWK} - \psi_{\tau K} \cdot \tau_{tFK}} \quad (37)$$

kod $\sigma_{mv} / \sigma_{zd,ba} = konst.$, $\tau_{mv} / \tau_{ta} = konst.$ amplitude dinamičkih izdržljivosti računaju se prema :

$$\sigma_{zdADK} = \frac{\sigma_{zdWK}}{1 + \psi_{zd\sigma K} \frac{\sigma_{mv}}{\sigma_{zda}}} \quad (38)$$

$$\sigma_{bADK} = \frac{\sigma_{bWK}}{1 + \psi_{b\sigma K} \frac{\sigma_{mv}}{\sigma_{ba}}} \quad (39)$$

$$\tau_{tADK} = \frac{\tau_{tWK}}{1 + \psi_{\tau K} \frac{\tau_{mv}}{\tau_{ta}}} \quad (40)$$

Ako uvjeti (36) i (37) nisu zadovoljeni, računa se prema:

$$\sigma_{zdADK} = \frac{\sigma_{zdFK}}{1 + \frac{\sigma_{mv}}{\sigma_{zda}}} \quad (41)$$

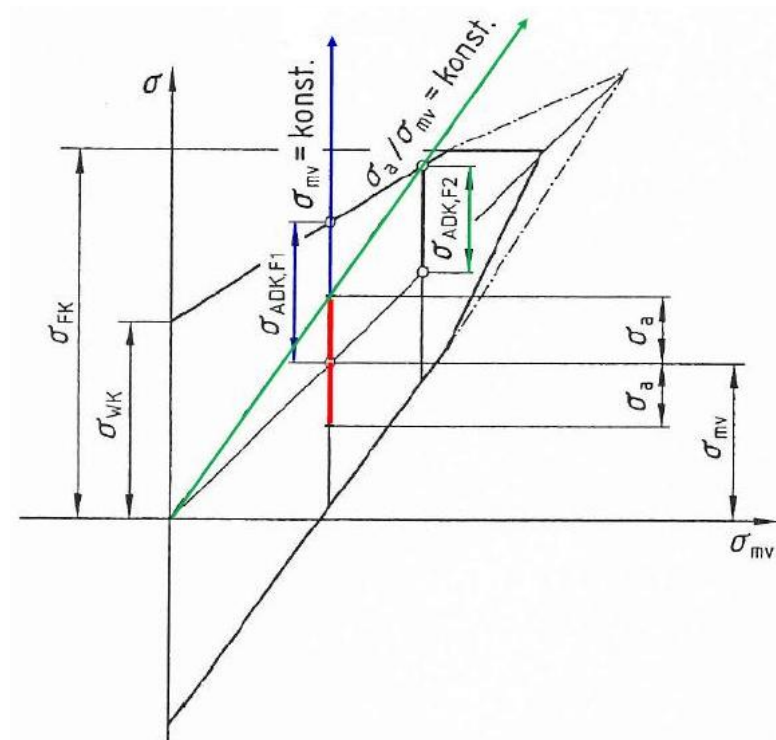
$$\sigma_{bADK} = \frac{\sigma_{bFK}}{1 + \frac{\sigma_{mv}}{\sigma_{ba}}} \quad (42)$$

$$\tau_{tADK} = \frac{\tau_{tFK}}{1 + \frac{\tau_{mv}}{\tau_{ta}}} \quad (43)$$

gdje su:

σ_{zdWK}	dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na vlak/ tlak
σ_{bWK}	dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na savijanje
τ_{tWK}	dinamička izdržljivost pri čistom naizmjeničnom opterećenju na uvijanje
$\psi_{zd, b\sigma K}, \psi_{\tau K}$	pomoćni faktori za proračun amplituda dinamičkih izdržljivosti
σ_{mv}	ekvivalentno srednje normalno naprezanje
τ_{mv}	ekvivalentno srednje tangencijalno naprezanje
$\sigma_{zdFK,}$	granica tečenja strojnog dijela kod opterećenja na vlak/ tlak
σ_{bFK}	granica tečenja strojnog dijela kod opterećenja na savijanje
τ_{tFK}	granica tečenja strojnog dijela kod opterećenja na uvijanje
σ_{ba}	amplituda naprezanja kod opterećenja na savijanje
σ_{zda}	amplituda naprezanja kod opterećenja na vlak/ tlak
τ_{ta}	amplituda naprezanja kod opterećenja na uvijanje

Ako je $\sigma_{zdm} + \sigma_{bm} < 0$, σ_{mv} se računa prema (35), a za dalji tok izračuna vidi [1].



Slika 2.3.2.1.1 Smithov dijagram za slučajeve 1 $\sigma_{mv} = \text{konst.}$ (plavo) i
2 $\sigma_a / \sigma_{mv} = \text{konst.}$ (zeleno)

3. NUMERIČKA RUTINA „DIN 743-2000-MATHCAD R13“

Postupak kontrole kritičnih presjeka vratila prema DIN 743 pogodan je za primjenu na računalu. U ovom radu izrađena je numerička rutina u programskom paketu MathCad R13. Rutina na jednostavan način omogućava korisniku izračun faktora sigurnosti na dinamičku izdržljivost i na tečenje materijala. Sastoji se iz glavnog programa i manjih potprograma koji služe kao servis glavnom programu:

- potprogram za određivanje vlačne čvrstoće, granice tečenja i dinamičkih izdržljivosti pri čistom naizmjeničnom opterećenju na vlak/ tlak, savijanje i uvijanje kod pokusnih epruveta različitih materijala vratila. Sadrži bazu podataka za ukupno 39 vrsta čelika.
- potprogram za izračunavanje tehnološkog faktora veličine $K_1(d_{eff})$
- potprogram za izračunavanje gradijenta naprezanja G
- potprogram za izračunavanje faktora oblika $\alpha_{zd\sigma}$, $\alpha_{b\sigma}$ i α_r
- potprogram za izračun. din. faktora zareznog djelovanja $\beta_{zd\sigma}$, $\beta_{b\sigma}$, β_r
- potprogram za izračun geometrijskih faktora veličine $K_2(d)$, $K_3(d)$ i $K_3(d_{BK})$
- potprogram za izračun. faktora utjecaja hrapavosti površine $K_{F\sigma}$ i $K_{F\tau}$
- potprogram za određivanje površina i momenata otpora kritičnih presjeka, te za izračun naprezanja
- potprogram za izračunavanje maksimalnih vrijednosti sila, momenata i naprezanja na kritičnim presjecima
- potprogram za izračunavanje faktora statičke izdržljivosti K_{2F} i faktora povećanja granice tečenja γ_F
- potprogram za izračunavanje sigurnosti na dinamičku izdržljivost za slučaj 1 ($\sigma_{mv} = \text{konst.}$, $\tau_{mv} = \text{konst.}$)
- potprogram za izračunavanje sigurnosti na dinamičku izdržljivost za slučaj 2 ($\sigma_{mv} / \sigma_{zd,ba} = \text{konst.}$, $\tau_{mv} / \tau_{ta} = \text{konst.}$)

Prilikom korištenja rutine korisnik definira tip koncentratora naprezanja, te unosi vrijednosti za geometriju kritičnog presjeka, opterećenja na kritičnom presjeku, prosječnu visinu neravnina, materijal vratila i promjer probne epruvete. Rutina je pregledna i u otvorenom obliku, te omogućava dodatne preinake. Brzina izračuna po jednom kritičnom presjeku iznosi nekoliko minuta.

Rutina je provjerena na primjerima iz norme DIN 743 [4].

4. MOGUĆNOSTI I NAČINI SPREZANJA MKE I DIN 743

U ovom poglavlju je predložen način na koji je moguće ostvariti sprezanje između metode konačnih elemenata i norme DIN 743. Na slikama 4.1.1 i 4.2.1 prikazani su dijagrami toka izračuna za dva načina sprezanja MKE i DIN 743.

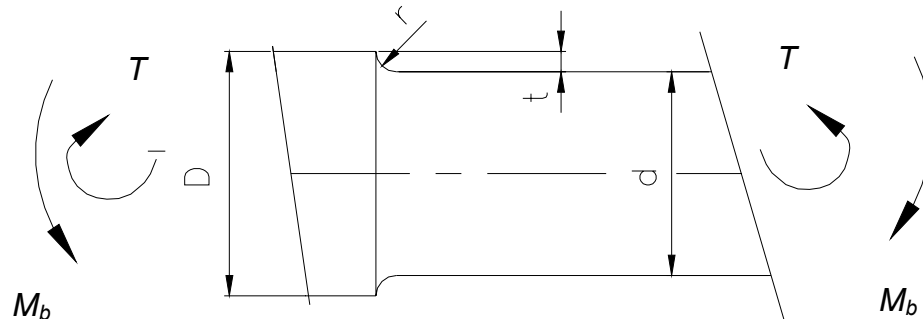
Poglavlje 4.1 analizira način sprege MKE i norme DIN 743 koja se koristi u ovom završnom radu kao usporedni izračun numeričkom izračunu prema normi DIN 743. Slijedeća tri poglavlja prikazuju usporedbu rezultata dobivenih numeričkim postupkom prema normi DIN 743 i rezultata dobivenih spregom metode konačnih elemenata i norme DIN 743. Provjera valjanosti postupaka izvršena je na primjerima prijelaznog radijusa, utora za pero i prijelaza s urezom iz [4].

Poglavlje 4.2 analizira način sprezanja MKE i norme DIN 743 koji je objavljen u literaturi [10]. U poglavlju 4.2.1 u tablici 4.2.1.1 prikazani su usporedni rezultati dobiveni numeričkim postupkom prema normi DIN 743, spregom MKE i norme DIN 743 opisanom u poglavlju 4.1 i spregom MKE i norme DIN 743 opisanim u poglavlju 4.2. Postupci su provedeni na primjeru 1 iz [4].

4.1 Predloženi način sprezanja MKE i norme DIN 743

Programski paket za izradu modela i analizu konačnim elementima je Catia V5 R16. Analizom konačnim elementima u programskom paketu Catia V5 R16 na nekom opterećenom kritičnom presjeku dobivene su vrijednosti maksimalnih naprezanja. Analize se provode parcijalno tako da se ukupno opterećenje podijeli na opterećenje na vlak/ tlak, na opterećenje na savijanje i na opterećenje na uvijanje. Dijeljenje tih maksimalnih vrijednosti sa vrijednostima nazivnih naprezanja za kritični presjek daje faktore oblika za vlak/ tlak, za savijanje i za uvijanje ($\alpha_{zd\sigma}$, $\alpha_{b\sigma}$, α_r). Faktori oblika ulaze u izračun prema normi DIN 743. U ovom radu nije obrađena mogućnost izračuna efektivnih gradijenta naprezanja G' metodom konačnih elemenata. Kao nastavak ovog rada valjalo bih ih izračunati i uvrstiti u jednadžbe za izračun faktora potpore n . Razlike u vrijednostima faktora oblika numeričkom metodom prema normi DIN 743 i metodom konačnih elemenata mogu se objasniti zbog greške koja je uzrokovana kvalitetom mreže konačnih elemenata. Veća gustoća mreže i pravilan izbor konačnih elemenata mogu smanjiti razliku u dobivenim rezultatima. Na slici 4.1.1 prikazan je dijagram toka kontrolnog izračuna na dinamičku izdržljivost materijala predloženim načinom sprezanja MKE i norme DIN 743.

4.1.1 Primjer 1 iz [4] - Prijelazni radijus



Geometrijske veličine:	Zadano opterećenje:	Materijal:
$d = 42 \text{ mm}$	$\sigma_b = \sigma_{bm} \pm \sigma_{ba} = 500 \text{ Mpa} \pm 50 \text{ Mpa}$	34CrMo4 ($d_B \leq 16\text{mm}$)
$D = 50 \text{ mm}$	$\tau_t = \tau_{tm} \pm \tau_{ta} = 100 \text{ Mpa} \pm 30 \text{ Mpa}$	$\sigma_B = 1000 \text{ MPa}$
$t = 4 \text{ mm}$		$\sigma_S = 800 \text{ MPa}$
$r = 5 \text{ mm}$		$\sigma_{zdW} = 400 \text{ MPa}$
		$\sigma_{bW} = 500 \text{ MPa}$
		$\tau_{tW} = 300 \text{ MPa}$
		$R_z = 5 \text{ } \mu\text{m}$

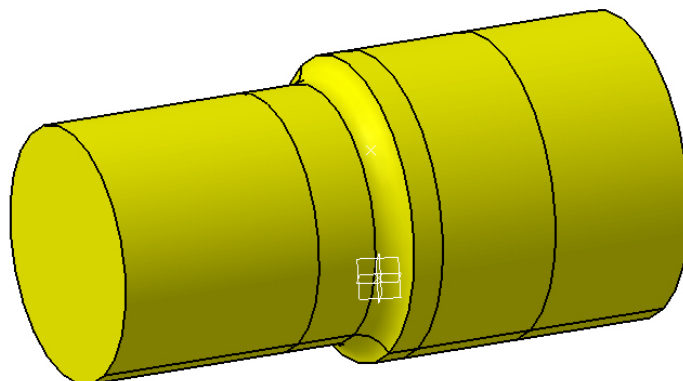
Slika 4.1.1.1 Ulazni podaci iz primjera 1 [4]

U primjeru 1 potrebno je prema slici 4.1.1.1 izvršiti kontrolni izračun na prijelaznom radijusu vratila. Vratilo je opterećeno na savijanje i na torziju. Izračun predloženim načinom sprežanja MKE i DIN 743 proveden je sa ovim konačnim elementima [9]:

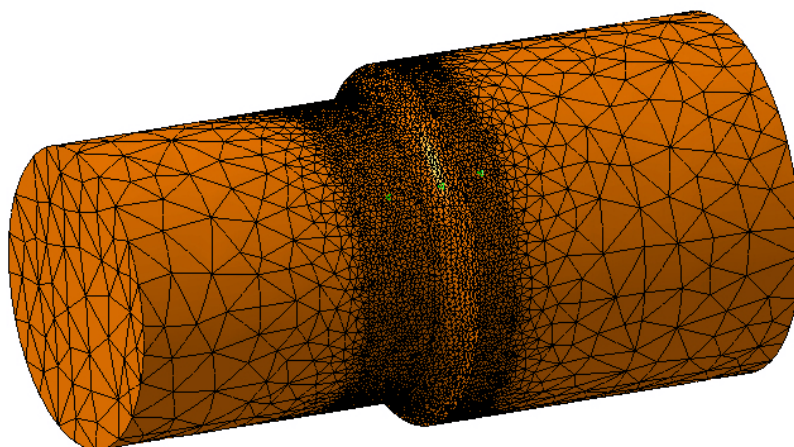
- TE4 osnovni tetraedarski konačni element s 12 stupnjeva slobode gibanja. Sastoji se od 4 čvora u vrhovima tetraedra s tri komponente pomaka u pravcu Kartezijevih koordinatnih osi. Raspodjela pomaka po ploham tetraedra je linearna.
- TE10 tetraedarski konačni element drugog reda s 10 čvorova i 30 stupnjeva slobode. Raspodjela pomaka po ploham tetraedra je polinom drugog stupnja.

- HE8 osnovni prizmatični konačni element s 24 stupnjeva slobode gibanja. Sastoji se od 8 čvorova u vrhovima paralelopipeda s tri stupnja slobode gibanja. Stupnjevi slobode su komponente pomaka u pravcu Kartezijevih koordinatnih osi. Raspodjela pomaka po plohama tetraedra je linearna.
- WE6 osnovni prizmatični konačni element s 18 stupnjeva slobode gibanja. Sastoji se od 6 čvorova u vrhovima trostrane prizme s tri stupnja slobode gibanja u pravcu Kartezijevih koordinatnih osi. Raspodjela pomaka po plohama je linearna. Pogodan je za opisivanje složenih geometrijskih oblika sa zakrivljenim plohama.

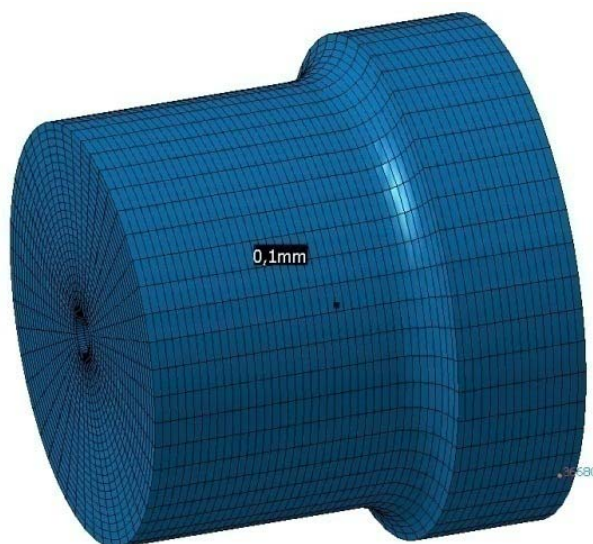
Na slici 4.1.1.2 prikazan je model prijelaznog radijusa, a na slikama 4.1.1.3 i 4.1.1.4 umreženi model prijelaznog radijusa s konačnim elementima TE10 i HE8.



Slika 4.1.1.2 Model prijelaznog radijusa – primjer 1 [4]

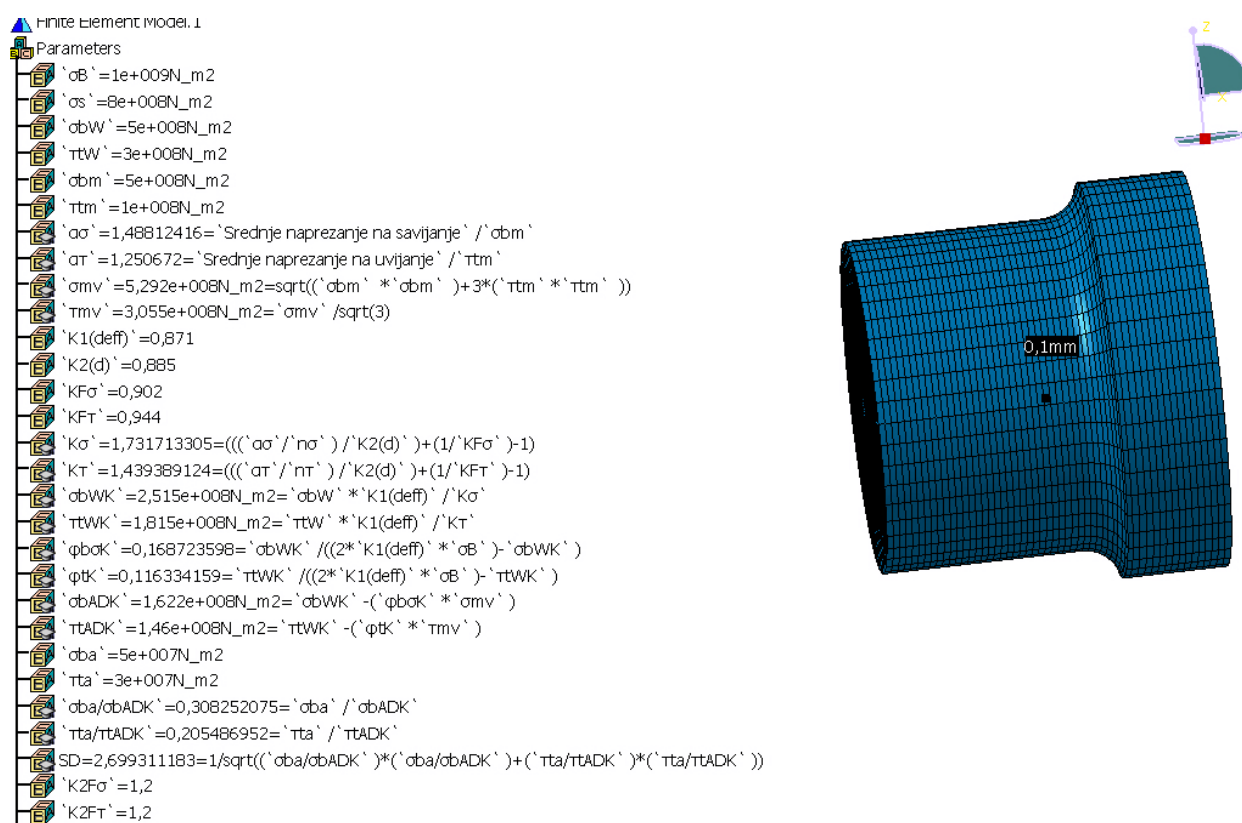


Slika 4.1.1.3 Mreža modela prijelaznog radijusa s konačnim elementima TE10
primjer 1 [4]



Slika 4.1.1.4 Mreža modela prijelaznog radijusa s konačnim elementima HE8
primjer 1 [4]

Slika 4.1.1.5 prikazuje pomoćni algoritam za predloženi način sprežanja MKE i DIN 743. Pomoćni algoritam je napravljen u programskom paketu Catia V5 R16 prema dijagramu toka sa slike 4.1.1. Maksimalne vrijednosti naprezanja na kritičnom presjeku su preko „senzora“ povezane sa pomoćnim algoritmom, te sa svakom promjenom opterećenja na modelu utječu na promjenu faktora sigurnosti. Ostali podaci uzeti su iz norme DIN 743.



Slika 4.1.1.5 Pomoćni algoritam za predloženi način sprežanja MKE i DIN 743 kod modela prijelaznog radijusa. Mrežu modela čine konačni elementi HE8.

Tablica 4.1.1.1 Usporedba rezultata dobivenih numeričkim izračunom prema normi DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743 na primjeru 1 [4]

	DIN 743-2000	MKE (TE10)	MKE (HE8)
σ_{bm} , MPa	500	500	500
σ_{ba} , MPa	50	50	50
τ_{tm} , MPa	100	100	100
τ_{ta} , MPa	30	30	30
σ_B , MPa	1000	1000	1000
$K_1(d_{eff})$	0,871	0,871	0,871
$\alpha_{b\sigma}$	1,557	1,588	1,488
n_b	1,036	1,036	1,036
$\beta_{b\sigma}$	1,503	1,533	1,44
α_r	1,283	1,299	1,27
n_t	1,024	1,024	1,024
β_r	1,253	1,268	1,24
$K_{b2}(d)$	0,885	0,885	0,885
$K_{F\sigma}$	0,902	0,902	0,902
$K_{t2}(d)$	0,885	0,885	0,885
$K_{F\tau}$	0,944	0,944	0,944
$K_{b\sigma}$	1,809	1,84	1,732
K_r	1,475	1,492	1,44
σ_{mv} , MPa	529,1	529,1	529,1
τ_{mv} , MPa	305,5	305,5	305,5
σ_{bWK} , MPa	240,7	236,6	251,5
τ_{tWK} , MPa	177,1	175,1	181,5
$\psi_{b\sigma K}$	0,16	0,157	0,168
ψ_{rK}	0,11	0,112	0,116
σ_{bADK} , MPa	155,8	153,4	162,2
τ_{tADK} , MPa	142,5	140,9	146
S_D	2,61	2,57	2,69
σ_S , MPa	800	800	800
$K_1(d_{eff})$	0,871	0,871	0,871
$K_{2F\sigma}$	1,2	1,2	1,2
$K_{2F\tau}$	1,2	1,2	1,2

$\gamma_{F\sigma}$	1,05	1,05	1,05
$\gamma_{F\tau}$	1	1	1
σ_{bFK} , MPa	878	878	878
τ_{tFK} , MPa	482,7	482,7	482,7
σ_{bmaxF} , MPa	-	873,3	818,5
$\alpha_{b\sigma F}$	-	1,588	1,488
σ_{bmax} , MPa	550	549,93	550,1
τ_{tmaxF} , MPa	-	162,2	165
$\alpha_{\tau F}$	-	1,278	1,27
τ_{tmax} , MPa	130	126,21	129,96
S_F	1,47	1,472	1,47

U tablici 4.1.1.2 prikazana je konvergencija rezultata faktora sigurnosti na dinamičku izdržljivost i na plastičnu deformaciju kod predloženog sprežanja MKE i norme DIN 743 na primjeru 1 [4]. Prvi i drugi stupac označavaju veličinu konačnih elemenata pomoću kojih je umrežen model prijelaznog rukavca. „Globalni“ konačni elementi su elementi od kojih je mreža modela načinjena. Pod „lokalnim“ konačnim elementima podrazumijevaju se konačni elementi koji se rabe na pojedinim mjestima u modelu u svrhu mjestimičnog usitnjavanja mreže zbog dobivanja točnijeg rezultata. U ovom primjeru usitnjavao se kritični presjek prijelaznog radijusa. Treći stupac označava tip konačnog elementa s kojim je bio umrežen model. Četvrti i peti stupac odnose se na dobivene vrijednosti faktora sigurnosti na dinamičku izdržljivost S_D i na plastičnu deformaciju S_F . Peti stupac prikazuje vrijednost pogreške „*estimated local error*“ koja je načinjena kod izračuna metodom konačnih elemenata na modelu, a posljedica je kvalitete mreže i konačnih elemenata. Diskretizacija konačnih elemenata provedena je pomoću „*h refinement*“ metode. Smanjivala se veličina elementa, a povećavao njihov broj. Primjer određivanja veličine pogreške prikazan je na slici 4.1.1.10. „*h refinement*“ metoda prikladna je za uporabu kod tijela jednostavnih geometrijskih oblika. Kod složenijih geometrijskih oblika preporučaju se druge metode diskretizacije konačnih elemenata kao što su p ili p-h metoda. Iz tablice je vidljivo da smanjujući veličinu konačnog elementa i lokalnim usitnjavanjem mreže, smanjuje se pogreška u izračunu i rezultat se približava vrijednosti dobivenoj numeričkim postupkom prema normi DIN 743. Programski paket Catia V5 R16 pored određivanja veličine pogreške izračunom pomoću metode konačnih elemenata omogućava i analizu konačnih elemenata koji su uporabljeni u mreži modela. Na slici 4.1.1.11 prikazan je način vizualizacije kvalitete konačnog elementa TE10 na kritičnom presjeku prijelaznog radijusa. Općenito se kvaliteta tetraedarskog elementa određuje pomoću omjera opisane i upisane sfere u element („*aspect ratio*“).

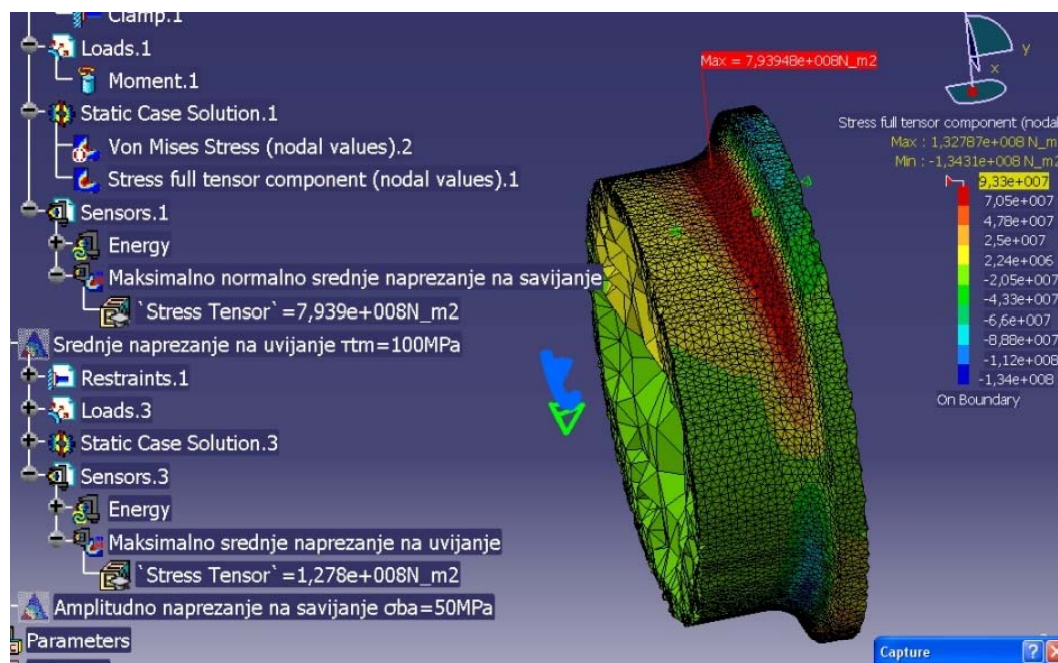
Programski paket Catia V5 R16 kvalitetu konačnih elemenata određuje prema ovim kriterijima:

- provjera odstupanja kutova konačnog elementa od pravog kuta („ *Distortion* “)
- provjera omjera minimalnih i maksimalnih vrijednosti Jacobiana („ *Jacobian* “)
- provjera omjera radijusa upisane sfere i maksimalne duljine plohe konačnog elementa („ *Stretch* “)
- provjera omjera duljina stranica konačnog elementa („ *Length ratio* “)

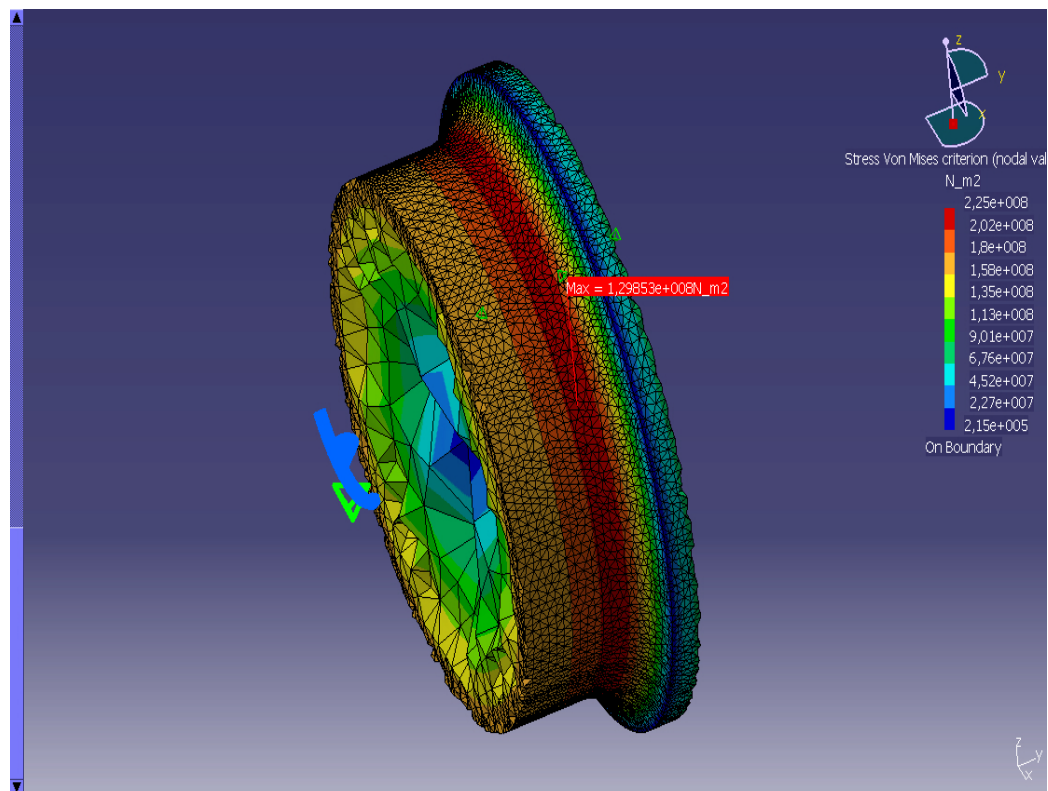
Neki programski paketi imaju opciju automatskog usitnjavanja mreže modela konačnih elemenata. Takav postupak naziva se adaptivnost, a zasniva se na „*h metodi*“. Procjena valjanosti mreže vrši se na temelju relativne pogreške η tzv. „*predictive error estimation*“ postupkom koji se sastoji od određivanja polja predviđene lokalne pogreške za određeni slučaj statičke analize. Kada je η manji od odabrane vrijednosti npr. $\eta = 0,05$ postupak usitnjavanja mreže se prekida. Ovaj postupak ima prednost što smanjuje odgovornost konstruktora, odnosno kvaliteta mreže ne ovisi o znanju i iskustvu konstruktora. Ipak, vrlo je bitno izabrati tip konačnog elementa. Kod računala sa manjom radnom memorijom preporuča se kombinacija „*globalne*“ i „*lokalne*“ adaptivnosti.

Tablica 4.1.1.2 Konvergencija rezultata kod predloženog sprezanja MKE i DIN 743 na primjeru 1 [4]:

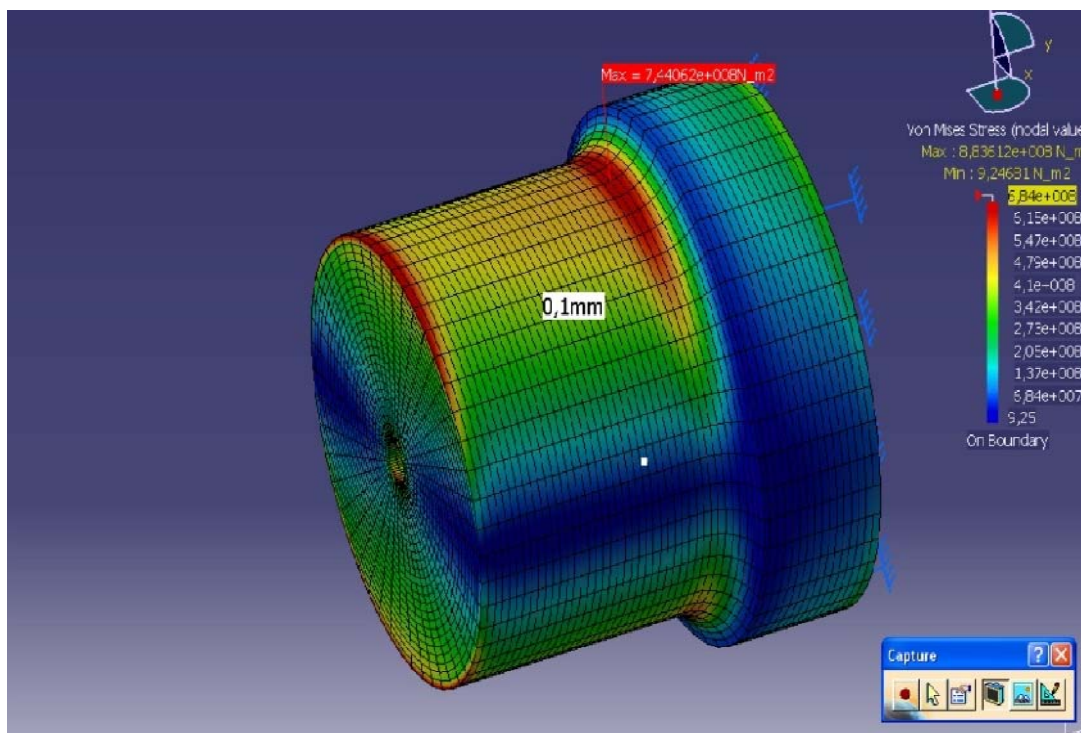
Globalna veličina elementa (mm)	Lokalna veličina elementa (mm)	Tip konačnog elementa	S_D	S_F	Pogreška (%)
8	-	TE4	3,23	1,61	33,92
6	-	TE4	3,11	1,57	30,9
4	-	TE4	3,04	1,55	25,53
14	-	TE10	2,73	1,52	5,01
12	-	TE10	2,71	1,504	4,32
10	-	TE10	2,69	1,5	4,29
8	2,5	TE10	2,7	1,485	5,72
6	2,5	TE10	2,61	1,48	5,06
3	2,5	TE10	2,59	1,476	4,182
3	1	TE10	2,57	1,472	4,11
0,9	-	HE8	2,69	1,467	5,1
0,9	-	WE6	2,704	1,459	7,03



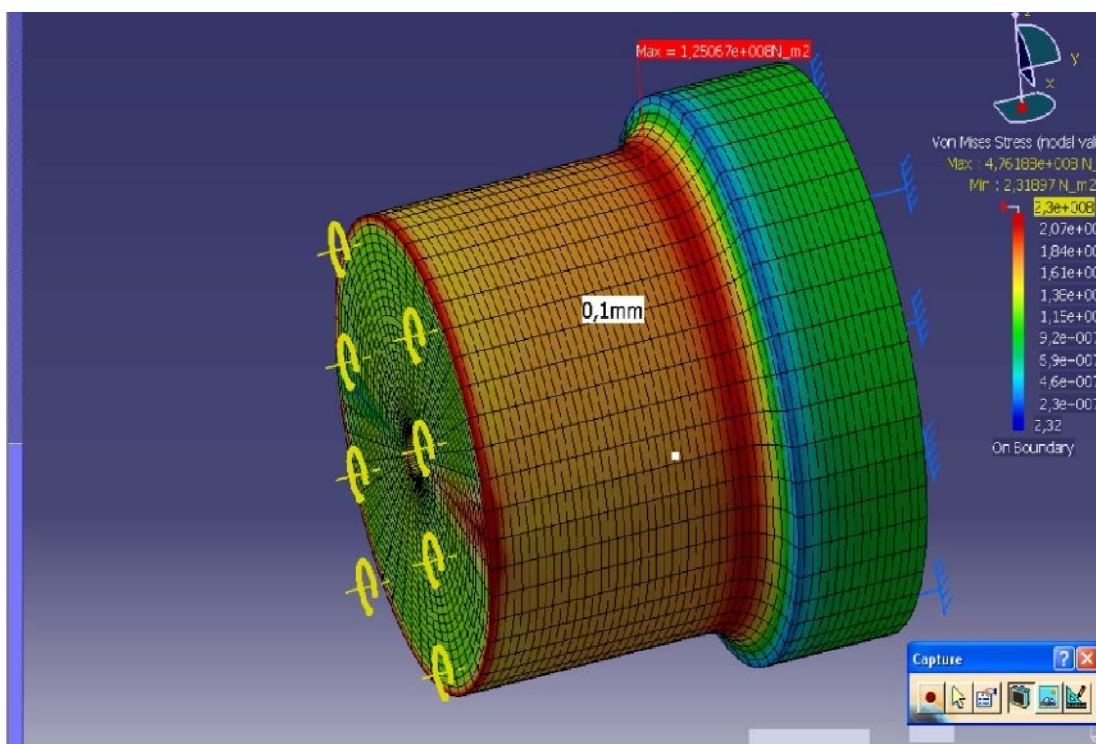
Slika 4.1.1.6 Maksimalno srednje naprezanje na savijanje s konačnim elementima TE10 - primjer 1 [4]



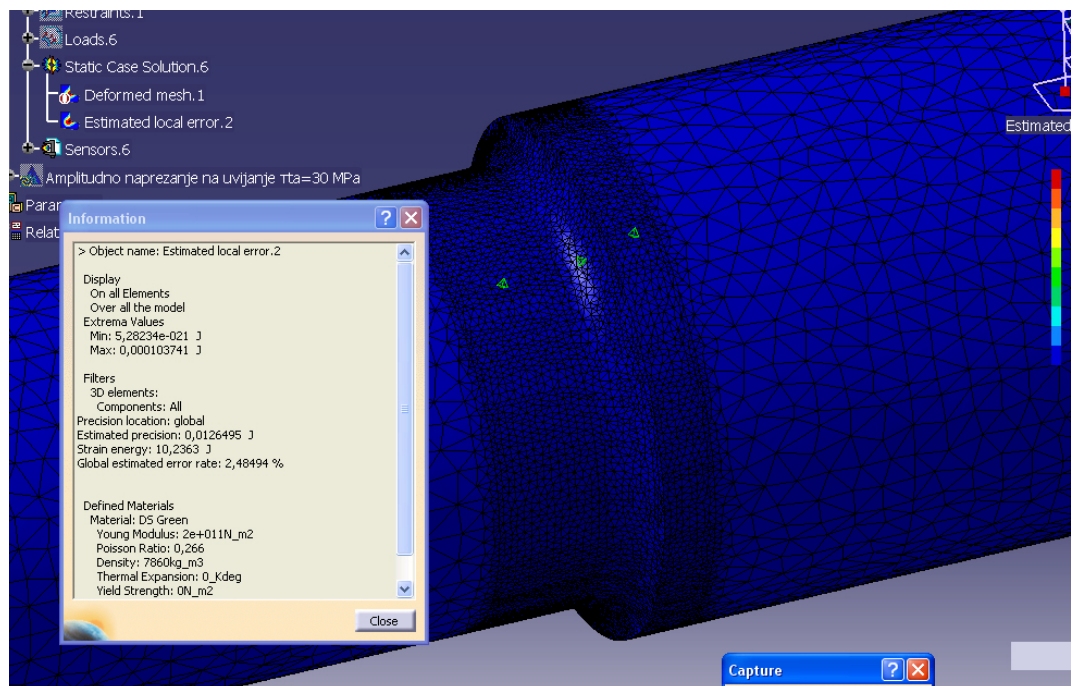
Slika 4.1.1.7 Maksimalno srednje naprezanje na uvijanje s konačnim elementima TE10 - primjer 1 [4]



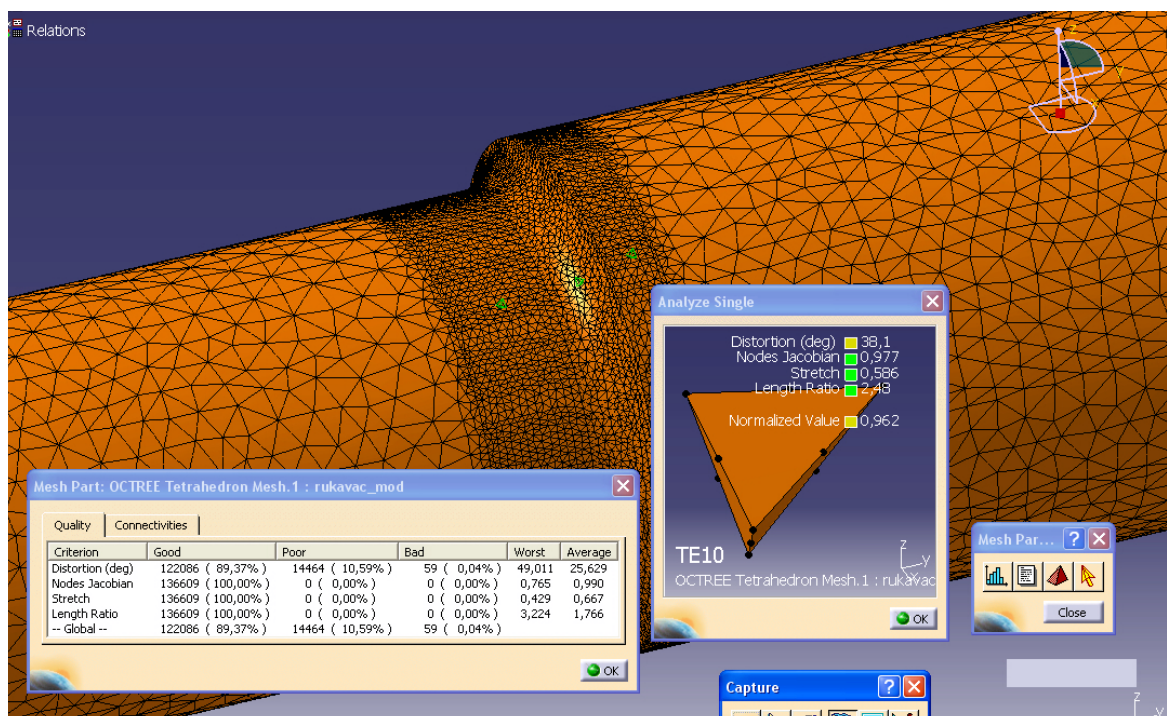
Slika 4.1.1.8 Maksimalno srednje naprežanje na savijanje s konačnim elementima HE8 – primjer 1 [4]



Slika 4.1.1.9 Maksimalno srednje naprežanje na uvijanje s konačnim elementima HE8 - primjer 1 [4]

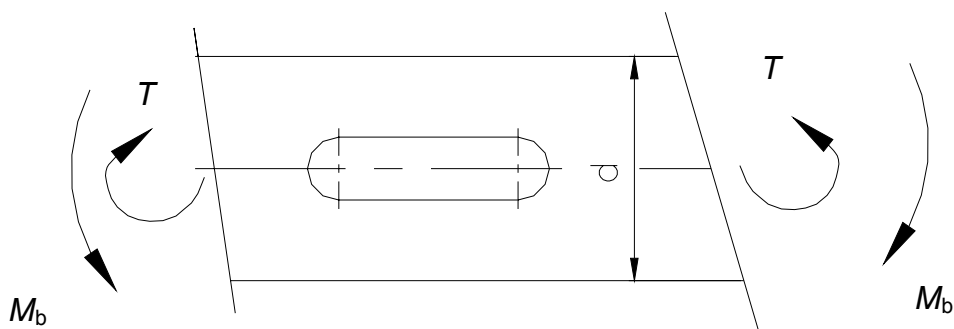


Slika 4.1.1.10 Određivanje veličine pogreške kod konačnih elemenata TE10



Slika 4.1.1.11 Određivanje kvalitete konačnog elementa TE10.

4.1.2 Primjer 2 iz [4] – Utor za pero



Geometrijske veličine:

$$d = 50 \text{ mm}$$

Zadano opterećenje:

$$M_{ba} = \pm 1200 \text{ Nm}$$

$$T_m = 3000 \text{ Nm}$$

$$M_{b\max} = 1,5 M_b$$

$$T_{\max} = 1,5 T$$

Materijal:

$$42\text{CrMo}4 \text{ (} d_B \leq 16 \text{ mm)}$$

$$\sigma_B = 1100 \text{ MPa}$$

$$\sigma_S = 900 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zdW} = 440 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bW} = 550 \text{ MPa}$$

$$\tau_{tW} = 330 \text{ MPa}$$

$$R_z = 12,5 \text{ }\mu\text{m}$$

Slika 4.1.2.1 Ulazni podaci iz primjera 2 [4]

Za zadatak prema slici 4.1.2.1 potrebno je izračunati faktore sigurnosti na dinamičku izdržljivost i tečenje materijala. Primjer 2 opisuje slučaj naprezanja na kritičnom presjeku vratila kad se veza između vratila i zupčanika ostvaruje preko pera. Budući da je uz stezni spoj to jedan od najraširenijih oblika prijenosa okretnog momenta zanimljiv je način kako je proveden proračun u normi DIN 743 u odnosu na spregu MKE i DIN 743.

U normi DIN 743 dinamički faktori zareznog djelovanja β_σ i β_τ , za slučaj kada je kritični presjek na mjestu veze vratilo- glavina, određuju se iz eksperimentalno (iskustveno, MKE) dobivenih vrijednosti za probni uzorak koje se potom množenjem

korigiraju za vrijednost stvarnog promjera. Za probni uzorak uzima se slučaj kad vratilo ima promjer $d_{BK} = 40\text{mm}$. Vrijednost dinamičkog faktora zarezno djelovanja za efektivni (stvarni) promjer d kod normalnog naprezanja određuje se iz jednadžbe

$$\beta_{\sigma} = \beta_{\sigma}(d_{BK}) \frac{K_{3\sigma}(d_{BK})}{K_{3\sigma}(d)} \quad (44)$$

gdje su:

$\beta_{\sigma}(d_{BK})$ dinamički faktor zarezno djelovanja kod normalnog naprezanja za probni uzorak promjera $d_{BK} = 40\text{mm}$

$K_{3\sigma}(d_{BK})$ geometrijski faktor utjecaja veličine kod normalnog naprezanja za probni uzorak promjera $d_{BK} = 40\text{mm}$

$K_{3\sigma}(d)$ geometrijski faktor utjecaja veličine kod normalnog naprezanja za promjer d

Dinamički faktor zarezno djelovanja za probni uzorak kod normalnog naprezanja $\beta_{\sigma}(d_{BK})$ određuje se iz jednadžbe

$$\beta_{\sigma}(d_{BK}) = 3 \left[\frac{\sigma_B(d)}{1000 \text{ MPa}} \right]^{0,38} \quad (45)$$

gdje je $\sigma_B(d)$ granica razvlačenja materijala na konkretnom presjeku strojnog dijela. Analizirajući jednadžbu (45) može se pretpostaviti da je drugi član jednadžbe funkcija materijala probnog uzorka, a da je prvi član konstanta. Geometrijski faktori utjecaja veličine $K_{3\sigma,T}(d)$ i $K_{3\sigma,T}(d_{BK})$ izračunavaju se prema izrazima [2]:

$$K_{3\sigma,T}(d_{BK}) = 1 - 0,2 \log(\alpha_{\sigma,T}) \frac{\log\left(\frac{d_{BK}}{7,5 \text{ mm}}\right)}{\log 20} \quad (46)$$

$$K_{3\sigma,T}(d) = 1 - 0,2 \log(\alpha_{\sigma,T}) \frac{\log\left(\frac{d}{7,5 \text{ mm}}\right)}{\log 20} \quad (47)$$

Kod numeričkog izračuna prema normi DIN 743 kod izračuna geometrijskih faktora utjecaja veličine $K_{3\sigma,T}(d)$ i $K_{3\sigma,T}(d_{BK})$ umjesto faktora oblika α_σ i α_T uvrstit će se dinamički faktori zareznog djelovanja $\beta_{\sigma,T}(d_{BK})$, a proračunom po predloženoj metodi sprežanja MKE i norme DIN 743 faktori oblika α_σ i α_T koji su dobiveni na stvarnom promjeru kao omjeri maksimalnih i nazivnih naprezanja za zadana opterećenja.

Vrijednost dinamičkog faktora zareznog djelovanja za efektivni (stvarni) promjer kod tangencijalnih naprezanja određuje se iz jednadžbe:

$$\beta_T = \beta_T(d_{BK}) \frac{K_{3T}(d_{BK})}{K_{3T}(d)} \quad (48)$$

gdje se vrijednost dinamičkog faktora zareznog djelovanja za probni uzorak kod tangencijalnog naprezanja dobije iz jednadžbe [2]:

$$\beta_T(d_{BK}) = 0,56 \beta_\sigma(d_{BK}) + 0,1 \quad (49)$$

gdje su:

$\beta_\sigma(d_{BK})$ dinamički faktor zareznog djelovanja kod normalnog

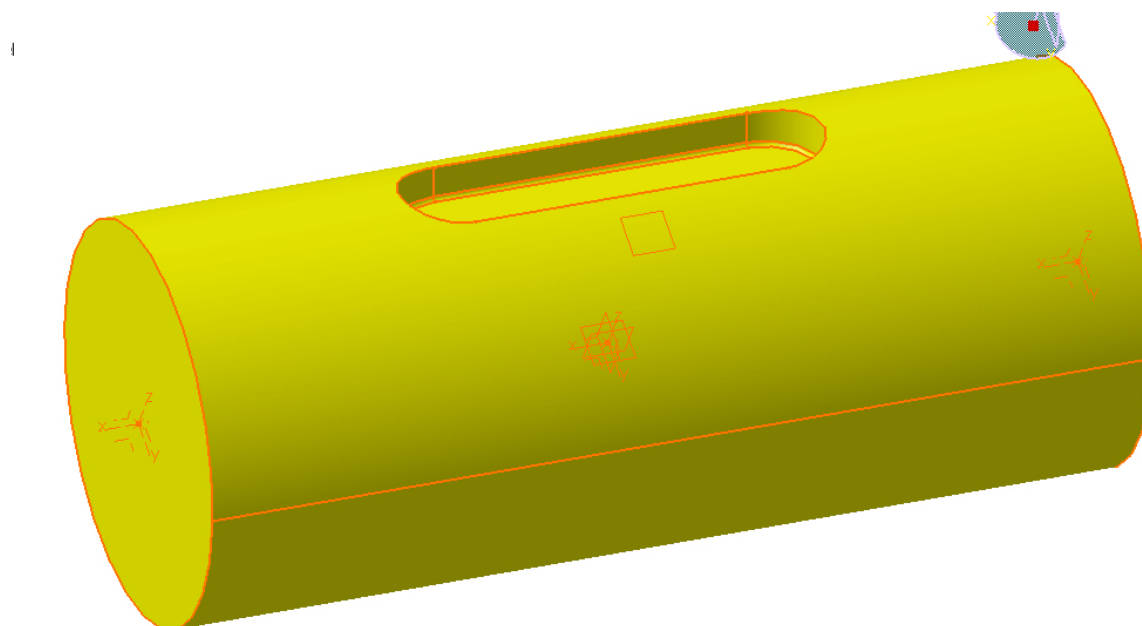
naprezanja za probni uzorak promjera $d_{BK} = 40\text{mm}$

$K_{3T}(d_{BK})$ geometrijski faktor utjecaja veličine kod tangencijalnog

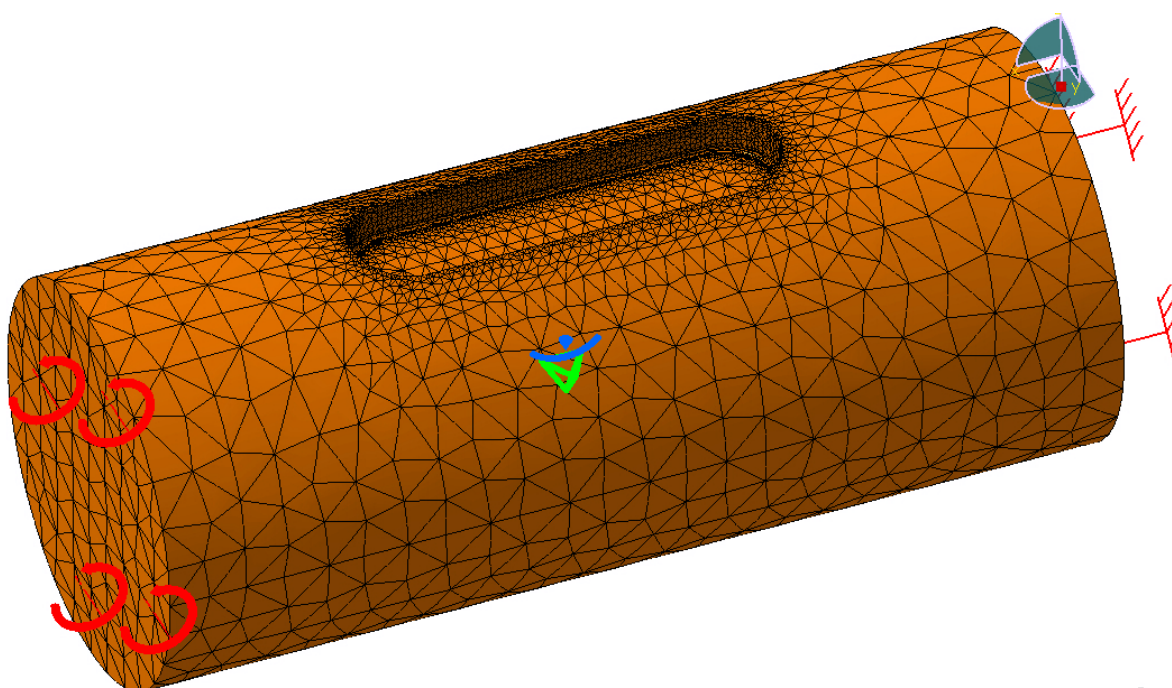
naprezanja za probni uzorak promjera $d_{BK} = 40\text{mm}$

$K_{3T}(d)$ geometrijski faktor utjecaja veličine kod tangencijalnog

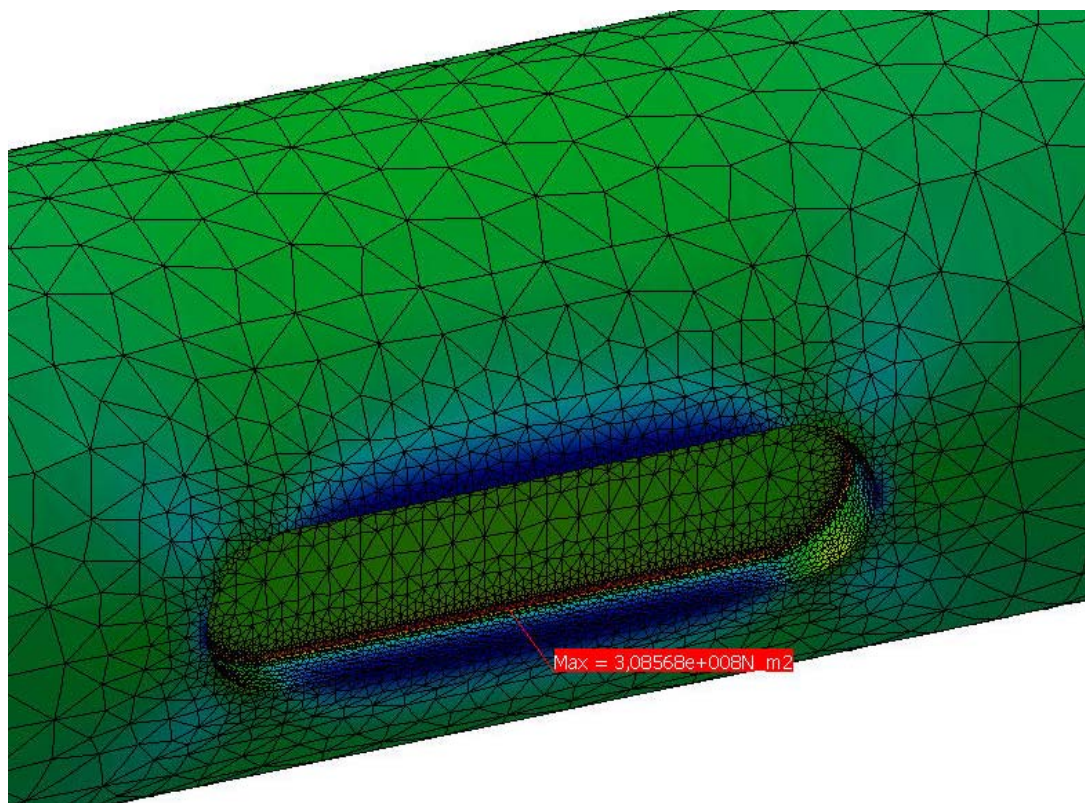
naprezanja za promjer d



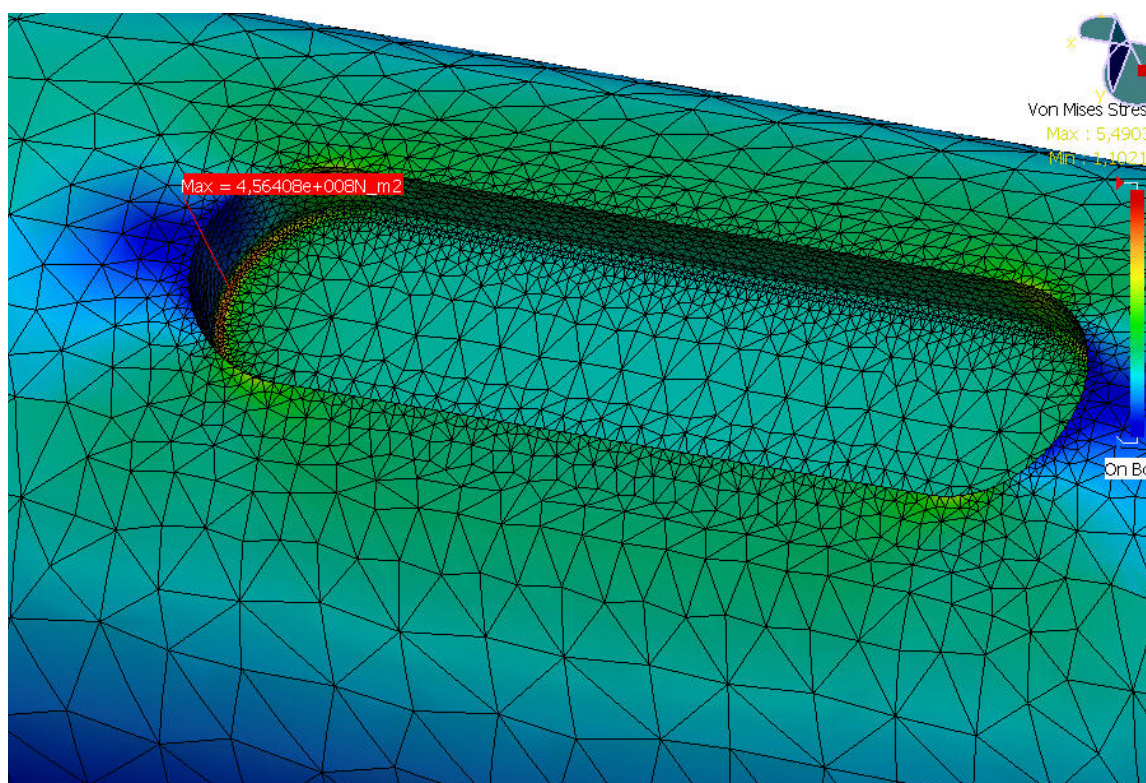
Slika 4.1.2.2 Model rukavca s utorom za pero – primjer 2 [4]



Slika 4.1.2.3 Mreža modela s konačnim elementima TE10 – primjer 2 [4]



Slika 4.1.2.4 Maksimalna vrijednost naprezanja kod srednjeg opterećenja na uvijanje s konačnim elementima TE10 primjer 2 [4]



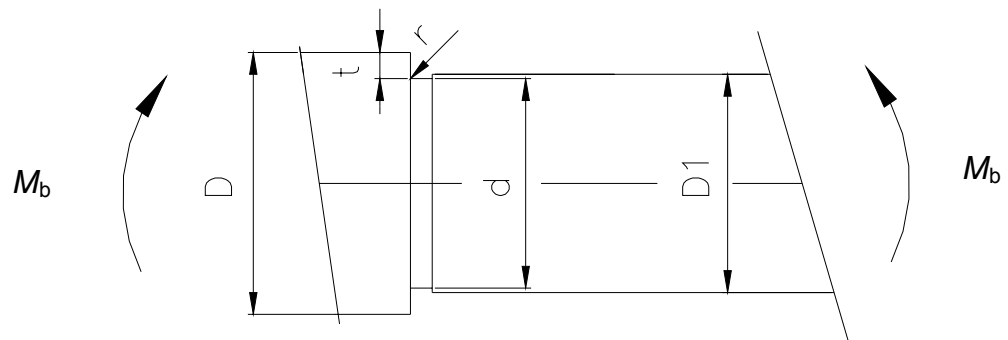
Slika 4.1.2.5 Maksimalno naprezanje kod srednjeg opterećenja na savijanje s konačnim elementima TE10 primjer 2 [4]

Tablica 4.1.2.1 Usporedba rezultata dobivenih numeričkim izračunom prema normi DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743 na primjeru 2 [4]

	DIN 743-2000	MKE (TE10)
M_{bm} , Nm	0	
M_{ba} Nm	1200	
T_m , Nm	3000	
T_a , Nm	0	
σ_{bm} , MPa	0	
σ_{ba} , MPa	97,785	
τ_{tm} , MPa	122,2	
τ_{ta} , MPa	0	
σ_B , MPa	1100	
$K_1(d_{eff})$	0,871	
$\sigma_B(d)$, MPa	958,1	
$\alpha_{b\sigma}$, MPa	-	2,942
$(\sigma_B(d)/1\text{GPa})^{0,38}$	0,9839	
$\beta_\sigma(d_{BK})$	2,952	
$K_{3\sigma}(d)$	0,94	0,941
$K_{3\sigma}(d_{BK})$	0,947	0,948
β_σ	2,974	2,974
$K_{F\sigma}$	1	
$K_2(d)$	0,873	
$K_{b\sigma}$	3,405	
σ_{mv} , MPa	211,7	
τ_{mv} , MPa	122,2	
σ_{bWK} , MPa	140,7	
$\psi_{b\sigma K}$	0,079	
σ_{bADK}	124	
S_D	1,268	
σ_S , MPa	900	
$K_1(d_{eff})$	0,871	
$K_{2F\sigma}$	1,2	

$K_{2F\tau}$	1,2	
$\gamma_{F\sigma}$	1	
$\gamma_{F\tau}$	1	
σ_{bFK} , MPa	941	
τ_{tFK} , MPa	543,3	
σ_{bmaxF} , MPa	-	430,91
$\alpha_{b\sigma F}$	-	2,942
σ_{bmax} , MPa	146,7	146,47
τ_{tmaxF} , MPa	-	323,7
$\alpha_{\tau F}$	-	1,75
τ_{tmax} , MPa	183,3	184,97
S_F	2,69	2,67

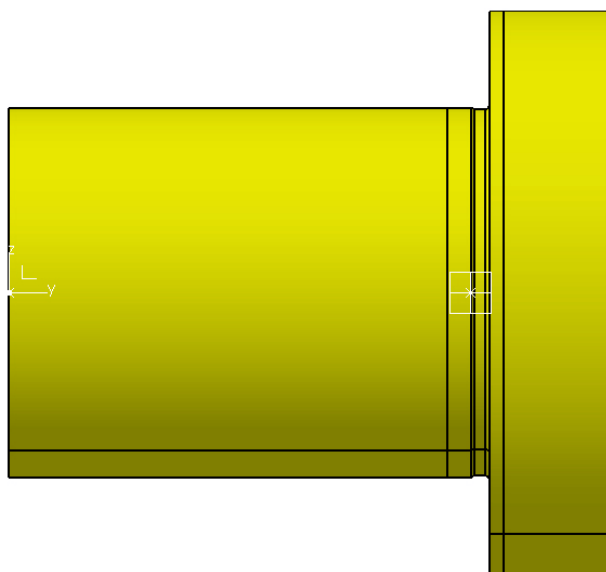
4.1.3 Primjer 3 iz [4] – Prijelaz s urezom



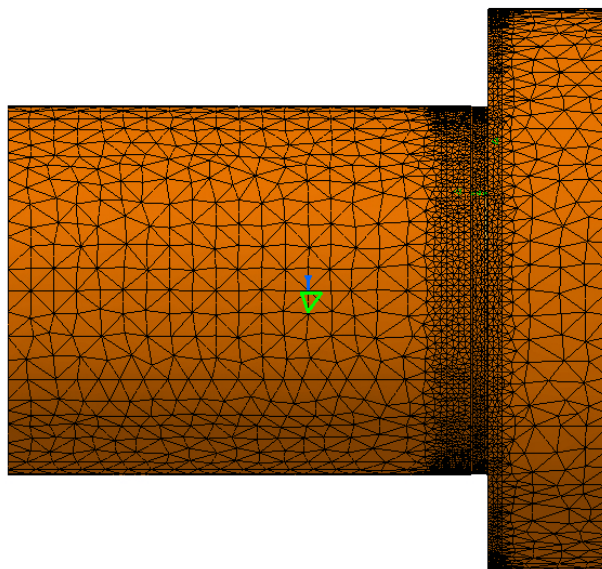
Geometrijske veličine:	Zadano opterećenje:	Materijal:
$d = 79,4 \text{ mm}$	$M_b = M_{bm} \pm M_{ba} = 8000 \text{ Nm} \pm 1200 \text{ Nm}$	E335 ($d_B \leq 16 \text{ mm}$)
$D = 122 \text{ mm}$		$\sigma_B = 590 \text{ MPa}$
$D1 = 80 \text{ mm}$		$\sigma_S = 335 \text{ MPa}$
$t = 23,3 \text{ mm}$		$\sigma_{zdW} = 235 \text{ MPa}$
$r = 0,8 \text{ mm}$		$\sigma_{bW} = 290 \text{ MPa}$
		$\tau_{tW} = 180 \text{ MPa}$
		$R_z = 25 \text{ }\mu\text{m}$

Slika 4.1.3.1 Ulazni podaci primjera 3 [4]

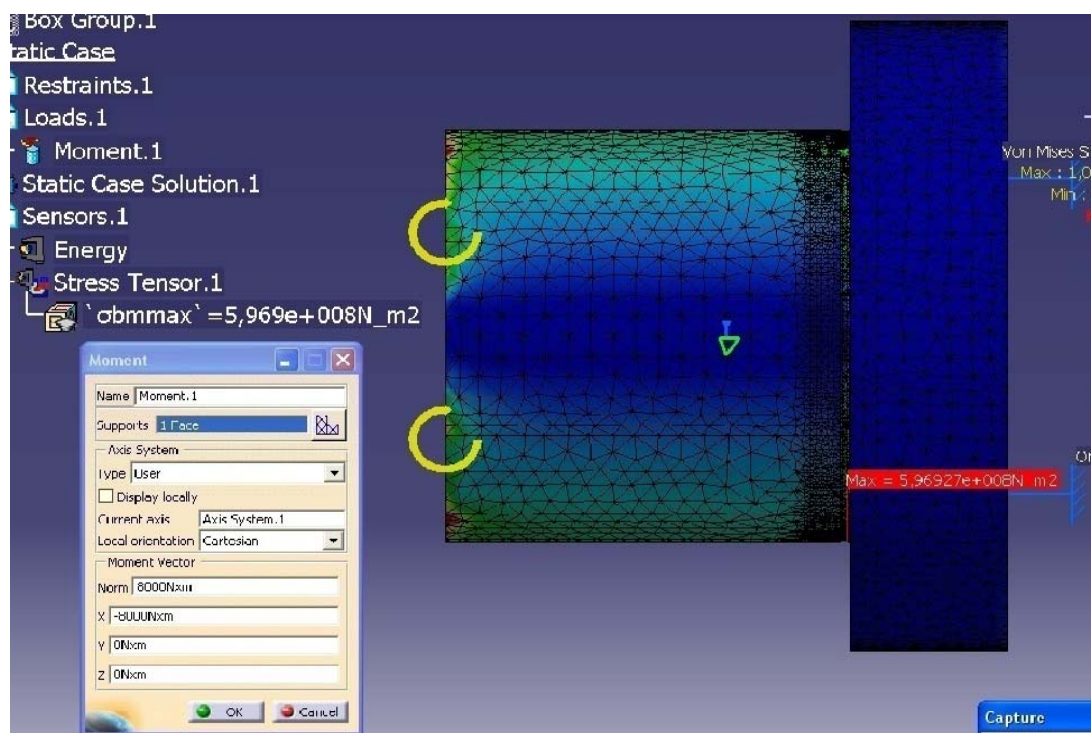
Za primjer 3 iz norme DIN 743 potrebno je izvršiti kontrolni izračun kritičnog presjeka na sigurnost na dinamičku izdržljivost i tečenje materijala. Kritični presjek je kombinacija prijelaznog radijusa i oblog ureza. Potrebno je izračunati parcijalne faktore oblika naprezanja te iz njih izvesti zajednički. Za razliku od norme DIN 743 metoda konačnih elemenata daje vrijednost faktora oblika za određeni geometrijski diskontinuitet. Tako izračunati faktori oblika ulaze u izračun predloženog načina sprežanja MKE i DIN 743.



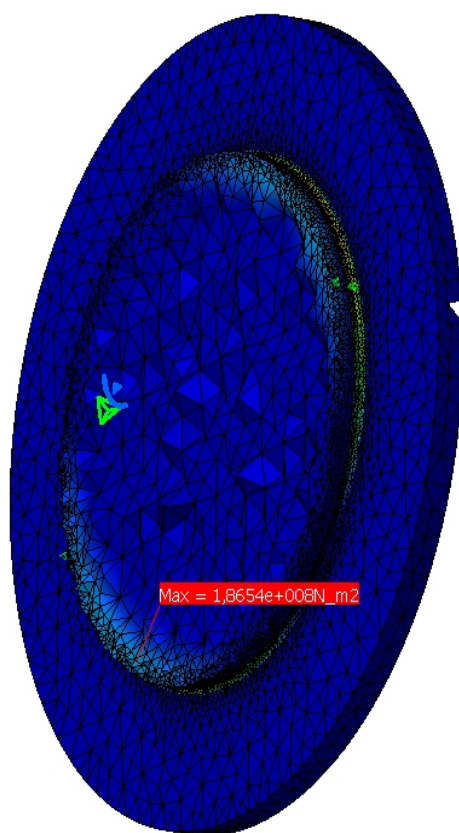
Slika 4.1.3.2 Model prijelaza s urezom – primjer 3 [4]



Slika 4.1.3.3 Mreža modela s konačnim elementima TE10 – primjer 3 [4]



Slika 4.1.3.4 Maks. naprežanje kod srednjeg opterećenja na savijanje – primjer 3 [4]



Slika 4.1.3.5 Maks. naprežanje kod amplitude momenta na savijanje – primjer 3 [4]

Tablica 4.1.3.1 Usporedba rezultata dobivenih numeričkim izračunom prema normi DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743 na primjeru 3 [4]

	DIN 743-2000	MKE (TE10)
σ_{bm} , MPa	162,8	
σ_{ba} , MPa	50,9	
σ_B , MPa	590	
$K_1(d_{eff})$	1	
$K_2(d)$	0,842	
$K_{F\sigma}$	0,856	
$\alpha_{b\sigma}$	3,639	3,67
n_b	1,316	1,316
$\beta_{b\sigma}$	2,88	2,79
$K_{b\sigma}$	3,587	3,48
σ_{mv} , MPa	162,8	162,8
σ_{bWK} , MPa	80,85	83,39
$\psi_{b\sigma K}$	0,0736	0,076
σ_{bADK} , MPa	65,45	67,1
S_D	1,286	1,318
σ_S , MPa	335	
$K_1(d_{eff})$	0,849	
$K_{2F\sigma}$	1,2	
$\gamma_{F\sigma}$	1,15	
$K_1(d_{eff})$	0,849	
σ_{bFK} , MPa	392,5	
σ_{bmaxF} , MPa	-	770,7
$\alpha_{\sigma F}$	-	3,67
σ_{bmax} , MPa	213,7	210
S_F	1,84	1,87

4.2. SPREZANJE MKE I DIN 743 PREMA [10]

U ovom poglavlju prikazan je način sprezanja metode konačnih elemenata i norme DIN 743 objavljen u literaturi [10]. U navedenom članku autori su izvršili kontrolne izračune prednje poluosovine automobila numeričkim proračunom prema normi DIN 743 i kontrolnim izračunom baziranom na sprezi norme DIN743 i metode konačnih elemenata.

Ukupno zadano opterećenje na nekom kritičnom presjeku rasčlanjuje se na parcijalna opterećenja na vlak/ tlak, na savijanje i na uvijanje.

Prilikom opterećenja sa srednjim vrijednostima na kritičnom presjeku se javljaju maksimalne vrijednosti naprezanja za srednja opterećenja.

Iz maksimalnih vrijednosti naprezanja za srednja opterećenja na kritičnom presjeku dobiju se ekvivalentna srednja naprezanja σ_{mv} i τ_{mv} .

Pretpostavljeno je da su dinamički faktori zareznog djelovanja $\beta_{zd\sigma}$, $\beta_{b\sigma}$ i β_{τ} jednaki jedan.

Uvrštavanjem izraza za ekvivalentna srednja naprezanja i dinamičkih faktora zareznog djelovanja dobiju se vrijednosti amplituda dinamičkih izdržljivosti na vlak/ tlak, savijanje i uvijanje.

Kod opterećenja presjeka sa vrijednostima amplituda opterećenja na kritičnom presjeku se pojavljuju maksimalne vrijednosti naprezanja za ta opterećenja. Te vrijednosti se uvrštavaju u osnovnu jednadžbu sigurnosti na dinamičku izdržljivost.

Shema izračuna kojom su se rukovali autori prikazana je na slici 4.2.1. Na osnovi te sheme napravljen je izračun koji pokazuje da se dobiveni rezultati za sigurnost na dinamičku izdržljivost razlikuju od rezultata dobivenih numeričkim postupkom prema normi DIN 743.

4.2.1 Usporedba izračuna prema DIN 743 i izračuna sprežanja MKE i DIN 743 prema [10]

U ovom poglavlju prikazane su razlike u rezultatima koje se dobiju za parcijalne sigurnosti na dinamičku izdržljivost kod numeričkog izračuna prema normi DIN 743 i kod izračuna proizašlog iz sprege MKE i DIN 743 objavljenog u literaturi [10].

A Numerički izračun prema normi DIN 743:

$$\sigma_{mv} = \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 (\tau_{tm})^2}$$

$$\tau_{mv} = \frac{\sigma_{mv}}{\sqrt{3}}$$

$$\beta_{zd\sigma} = \frac{\alpha_{zd\sigma}}{n_{zd}} \quad , \quad \beta_{b\sigma} = \frac{\alpha_{b\sigma}}{n_b} \quad , \quad \beta_{\tau} = \frac{\alpha_{\tau}}{n_t}$$

Pretpostavka da su faktori K_V , $K_2(d)$, $K_{F\sigma}$, $K_{F\sigma}$, $K_1(d_{eff})$ jednaki jedan.

$$K_{zd\sigma} = \beta_{zd\sigma} = \frac{\alpha_{zd\sigma}}{n_{zd}}$$

$$K_{b\sigma} = \beta_{b\sigma} = \frac{\alpha_{b\sigma}}{n_b}$$

$$K_{\tau} = \beta_{\tau} = \frac{\alpha_{\tau}}{n_t}$$

Nadalje

$$\sigma_{zdW} = 0,4 \sigma_B \quad , \quad \sigma_{bW} = 0,5 \sigma_B \quad , \quad \tau_{tW} = 0,3 \sigma_B$$

Uvrštavanjem

$$\sigma_{zdWK} = \frac{\sigma_{zdW}}{K_{zd\sigma}} = \frac{0,4 \sigma_B \cdot n_{zd}}{\alpha_{zd\sigma}}$$

$$\sigma_{bWK} = \frac{\sigma_{bW}}{K_{b\sigma}} = \frac{0,5 \sigma_B \cdot n_b}{\alpha_{b\sigma}}$$

$$\tau_{tWK} = \frac{\tau_{tW}}{K_{\tau}} = \frac{0,3 \sigma_B \cdot n_t}{\alpha_{\tau}}$$

Pomoćni faktori :

$$\psi_{zd\sigma K} = \frac{0,2 n_{zd}}{\alpha_{zd\sigma} - 0,2 n_{zd}} \quad , \quad \psi_{b\sigma K} = \frac{0,5 n_b}{2 \alpha_{b\sigma} - 0,5 n_b} \quad , \quad \psi_{\tau K} = \frac{0,3 n_t}{2 \alpha_{\tau} - 0,3 n_t}$$

Amplitude dinamičkih izdržljivosti:

$$\sigma_{zdADK} = \frac{0,4 \frac{\sigma_B \cdot n_{zd}}{\alpha_{zd\sigma}}}{1 + \frac{0,2 n_{zd}}{\alpha_{zd\sigma} - 0,2 n_{zd}} \frac{\sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 (\tau_{tm})^2}}{\sigma_{zda}}}$$

$$\sigma_{bADK} = \frac{0,5 \frac{\sigma_B \cdot n_b}{\alpha_{b\sigma}}}{1 + \frac{0,5 n_b}{2 \alpha_{b\sigma} - 0,5 n_b} \frac{\sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 (\tau_{tm})^2}}{\sigma_{ba}}}$$

$$\tau_{tADK} = \frac{0,3 \frac{\sigma_B \cdot n_t}{\alpha_t}}{1 + \frac{0,3 n_t}{2 \alpha_t - 0,3 n_t} \frac{\sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 (\tau_{tm})^2}}{\tau_{ta} \sqrt{3}}}$$

Parcijalne sigurnosti na dinamičku izdržljivost:

na vlak/tlak:

$$S_{Dzd} = \frac{\sigma_{zdADK}}{\sigma_{zda}} = \frac{\frac{0,4 \sigma_B \cdot n_{zd}}{\alpha_{zd\sigma}} (\alpha_{zd\sigma} - 0,2 n_{zd})}{\sigma_{zda} (\alpha_{zd\sigma} - 0,2 n_{zd}) + 0,2 n_{zd} \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 (\tau_{tm})^2}}$$

na savijanje:

$$S_{Db} = \frac{\sigma_{bADK}}{\sigma_{ba}} = \frac{\frac{0,5 \sigma_B \cdot n_b}{\alpha_{b\sigma}} (2 \alpha_{b\sigma} - 0,5 n_b)}{\sigma_{ba} (2 \alpha_{b\sigma} - 0,5 n_b) + 0,5 n_b \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 (\tau_{tm})^2}}$$

na uvijanje:

$$S_{Dt} = \frac{\tau_{tADK}}{\tau_{ta}} = \frac{\frac{0,3 \sigma_B \cdot n_t}{\alpha_t} (2 \alpha_t - 0,3 n_t) \sqrt{3}}{\tau_{ta} (2 \alpha_t - 0,3 n_t) + 0,3 n_t \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 (\tau_{tm})^2}}$$

B Izračun prema spregi MKE i DIN 743 objavljenoj u literaturi [10]:

$$\sigma_{zdmmax} = \sigma_{zdm} \cdot \alpha_{zd\sigma}$$

$$\sigma_{zdamax} = \sigma_{zda} \cdot \alpha_{zd\sigma}$$

$$\sigma_{bmmax} = \sigma_{bm} \cdot \alpha_{b\sigma}$$

$$\sigma_{bamax} = \sigma_{ba} \cdot \alpha_{b\sigma}$$

$$\tau_{tmmax} = \tau_{tm} \cdot \alpha_{\tau}$$

$$\tau_{tamax} = \tau_{ta} \cdot \alpha_{\tau}$$

$$\sigma_{mv} = \sqrt{(\sigma_{zdmmax} + \sigma_{bmmax})^2 + 3 (\tau_{tmmax})^2}$$

$$\tau_{mv} = \frac{\sigma_{mv}}{\sqrt{3}}$$

Uvrštavanjem

$$\sigma_{mv} = \sqrt{(\sigma_{zdm} \cdot \alpha_{zd\sigma} + \sigma_{bm} \cdot \alpha_{b\sigma})^2 + 3 (\tau_{tm} \cdot \alpha_{\tau})^2}$$

Pretpostavka

$$\beta_{zd\sigma} = 1 \quad , \quad \beta_{b\sigma} = 1 \quad , \quad \beta_{\tau} = 1$$

Pretpostavka da su faktori K_V , $K_2(d)$, $K_{F\sigma}$, $K_{F\sigma}$, $K_1(d_{eff})$ jednaki jedan.

Ukupni utjecajni faktori dobivaju vrijednost jedan:

$$K_{zd\sigma} = 1 \quad , \quad K_{b\sigma} = 1 \quad , \quad K_{\tau} = 1$$

kako je

$$\sigma_{zdW} = 0,4 \sigma_B \quad , \quad \sigma_{bW} = 0,5 \sigma_B \quad , \quad \tau_{tW} = 0,3 \sigma_B$$

dobije se

$$\sigma_{zdWK} = 0,4 \sigma_B \quad , \quad \sigma_{bWK} = 0,5 \sigma_B \quad , \quad \tau_{tWK} = 0,3 \sigma_B$$

$$\psi_{zd\sigma K} = 0,25 \quad , \quad \psi_{b\sigma K} = 0,333 \quad , \quad \psi_{\tau K} = 0,177$$

Amplitude dinamičkih izdržljivosti:

$$\sigma_{zdADK} = \frac{0,4 \sigma_B}{1 + 0,25 \frac{\sqrt{(\sigma_{zdm} \cdot \alpha_{zd\sigma} + \sigma_{bm} \cdot \alpha_{b\sigma})^2 + 3 (\tau_{tm} \cdot \alpha_{\tau})^2}}{(\sigma_{zda} \cdot \alpha_{zd\sigma})}}$$

$$\sigma_{bADK} = \frac{0,5 \sigma_B}{1 + 0,33 \frac{\sqrt{(\sigma_{zdm} \cdot \alpha_{zd\sigma} + \sigma_{bm} \cdot \alpha_{b\sigma})^2 + 3 (\tau_{tm} \cdot \alpha_{\tau})^2}}{(\sigma_{ba} \cdot \alpha_{b\sigma})}}$$

$$\tau_{tADK} = \frac{0,3 \sigma_B}{1 + 0,177 \frac{\sqrt{(\sigma_{zdm} \cdot \alpha_{zd\sigma} + \sigma_{bm} \cdot \alpha_{b\sigma})^2 + 3 (\tau_{tm} \cdot \alpha_r)^2}}{(\tau_{ta} \cdot \alpha_r) \sqrt{3}}}$$

Parcijalne sigurnosti na dinamičku izdržljivost:

za vlak/tlak:

$$S_{Dzd} = \frac{\sigma_{zdADK}}{\sigma_{zdamax}} = \frac{0,4 \sigma_B}{\sigma_{zda} \cdot \alpha_{zd\sigma} + 0,25 \sqrt{(\sigma_{zdm} \cdot \alpha_{zd\sigma} + \sigma_{bm} \cdot \alpha_{b\sigma})^2 + 3 (\tau_{tm} \cdot \alpha_r)^2}}$$

za savijanje:

$$S_{Db} = \frac{\sigma_{bADK}}{\sigma_{bamax}} = \frac{0,5 \sigma_B}{\sigma_{ba} \cdot \alpha_{b\sigma} + 0,33 \sqrt{(\sigma_{zdm} \cdot \alpha_{zd\sigma} + \sigma_{bm} \cdot \alpha_{b\sigma})^2 + 3 (\tau_{tm} \cdot \alpha_r)^2}}$$

za uvijanje:

$$S_{Dt} = \frac{\tau_{tADK}}{\tau_{tamax}} = \frac{0,3 \sigma_B \sqrt{3}}{\tau_{ta} \cdot \alpha_r \sqrt{3} + 0,177 \sqrt{(\sigma_{zdm} \cdot \alpha_{zd\sigma} + \sigma_{bm} \cdot \alpha_{b\sigma})^2 + 3 (\tau_{tm} \cdot \alpha_r)^2}}$$

Usporedbom dobivenih izraza parcijalnih sigurnosti na dinamičku izdržljivost materijala može se ustanoviti da se oni značajno razlikuju. Uspoređuju se izrazi kod opterećenja na savijanje:

$$\frac{S_{Db}}{S_{DbMKE}} = \frac{n_b (2 \alpha_{b\sigma} - 0,5 n_b) \left[\sigma_{ba} \cdot \alpha_{b\sigma} + 0,33 \sqrt{(\sigma_{zdm} \cdot \alpha_{zd\sigma} + \sigma_{bm} \cdot \alpha_{b\sigma})^2 + 3 (\tau_{tm} \cdot \alpha_r)^2} \right]}{\sigma_{ba} \cdot \alpha_{b\sigma} (2 \alpha_{b\sigma} - 0,5 n_b) + 0,5 \alpha_{b\sigma} \cdot n_b \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 (\tau_{tm})^2}}$$

Kad je prisutno samo savijanje:

$$\frac{S_{Db}}{S_{DbMKE}} = \frac{n_b (2 \alpha_{b\sigma} - 0,5 n_b) [\sigma_{ba} \cdot \alpha_{b\sigma} + 0,33 \sigma_{bm} \cdot \alpha_{b\sigma}]}{\sigma_{ba} \cdot \alpha_{b\sigma} (2 \alpha_{b\sigma} - 0,5 n_b) + 0,5 \alpha_{b\sigma} \cdot n_b \cdot \sigma_{bm}}$$

gdje su:

S_{Db} faktor sigurnosti na dinamičku izdržljivost dobiven numeričkim izračunom prema normi DIN 743

S_{DbMKE} faktor sigurnosti na dinamičku izdržljivost prema [10]

Ako se uvrste vrijednosti iz primjera 3 [4] :

$$n_b = 1,316$$

$$\alpha_{b\sigma} = 3,639$$

$$\sigma_{bm} = 500 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{ba} = 50 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{zdm} = 0 \text{ MPa}$$

$$\tau_{tm} = 0 \text{ Mpa}$$

$$\frac{S_{Db}}{S_{DbMKE}} = \frac{1,316 \cdot (2 \cdot 3,639 - 0,5 \cdot 1,316) [50 \cdot 3,639 + 0,33 \cdot 500 \cdot 3,639]}{50 \cdot 3,639 (2 \cdot 3,639 - 0,5 \cdot 1,316) + 0,5 \cdot 3,639 \cdot 1,316 \cdot 500}$$

$$\frac{S_{Db}}{S_{DbMKE}} = 2,84$$

dobije se 2,84 puta veća sigurnost na dinamičku izdržljivost kod izračuna iz norme DIN 743 u odnosu na sigurnost koja se dobije sprežanjem MKE i DIN 743 [10].

4.2.2 Usporedba izloženih metoda izračuna na primjeru 1 [4]

Tablica 4.2.2.1 Prikaz rezultata izračuna izloženim metodama na primjeru 1 [4]:

	DIN 743-2000	MKE (TE10)	MKE (HE8)	MKE [10] (TE10)
σ_{bm} , MPa	500	500	500	500
σ_{bmmax} , MPa	-	-	-	793,9
σ_{ba} , MPa	50	50	50	74,57
σ_{bamax} , MPa	-	-	-	79,39
τ_{tm} , MPa	100	100	100	100
τ_{tmmax} , MPa	-	-	-	127,8
τ_{ta} , MPa	30	30	30	38,17
τ_{tamax} , MPa	-	-	-	38,35
σ_B , MPa	1000	1000	1000	1000
$K_1(d_{eff})$	0,871	0,871	0,871	0,871
$\beta_{b\sigma}$	1,503	1,533	1,44	1
β_τ	1,253	1,268	1,24	1
$K_{b\sigma}$	1,809	1,84	1,74	1,241
K_τ	1,475	1,492	1,46	1,189
σ_{mv} , MPa	529,1	529,2	529,1	780,3
τ_{mv} , MPa	305,5	305,5	305,5	450,5
σ_{bWK} , MPa	240,7	236,6	250,5	350,9
τ_{tWK} , MPa	177,1	175,1	178,9	252,3
$\psi_{b\sigma K}$	0,16	0,157	0,168	0,2522
$\psi_{\tau K}$	0,11	0,112	0,114	0,169
σ_{bADK} , MPa	155,8	153,4	161,47	154,1
τ_{tADK} , MPa	142,5	140,91	144,1	154,7
S_D	2,61	2,57	2,68	1,85
τ_{tmax} , MPa	130	166,2	154,6	166,2
σ_S , MPa	800	800	800	800
$K_{2F\sigma}$	1,2	1,2	1,2	1,2
$K_{2F\tau}$	1,2	1,2	1,2	1,2
$\gamma_{F\sigma}$	1,05	1,05	1,05	1,05

$\gamma_{F\tau}$	1	1	1	1
σ_{bFK} , MPa	878	878	878	878
τ_{tFK} , MPa	482,7	482,7	482,7	482,7
σ_{bmaxF} , MPa	-	873,3	818,5	818,3
$\alpha_{b\sigma F}$	-	1,588	1,488	-
σ_{bmax} , MPa	550	549,93	550,1	818,3
τ_{tmaxF} , MPa	-	162,2	165	162,6
$\alpha_{\tau F}$	-	1,278	1,27	-
τ_{tmax} , MPa	130	126,21	129,96	162,6
S_F	1,47	1,472	1,47	1,01

Iz tablice 4.2.2.1 vidljivo je da se rezultati dobivenim numeričkim postupkom prema normi DIN 743 (1. stupac) neznatno razlikuju od rezultata dobivenih predloženim sprežanjem metode konačnih elemenata i norme DIN 743 za konačne elemente TE10 i HE8 (2. i 3. stupac). Rezultati sprege metode konačnih elemenata i norme DIN 743 objavljene u literaturi [10] (4. stupac) značajnije odstupaju od ostalih rezultata. Zbog toga u primjeru izračuna vratila reduktora potonja metoda [10] nije uporabljena.

5. USPOREDNI IZRAČUN VRATILA REDUKTORA

U ovom poglavlju bit će prikazana kontrola kritičnih presjeka vratila reduktora.

Kao polazište uzeto je već izvedeno i potpuno oblikovano vratilo, a prikazano je na slici 5.1. Odabrano je iz skripte „*Elementi strojeva: Vratilo-Proračun*“ u nakladi Fakulteta strojarstva i brodogradnje, Zagreb godina izdanja 1974 [11].

Na slikama 5.1 i 5.5 prikazane su skica dispozicije vratila i aksonometrijska skica sila koje opterećuju vratilo.

Za vratilo dvostupnjevanog zupčastog reduktora okretni moment se dovodi i odvodi preko veze glavina-pero za čelni zupčanik Z_2 ($\alpha = 20^\circ$) i za čelni zupčanik s kosim zubima Z_3 ($\alpha = 20^\circ$ i $\beta = 18^\circ$).

Konstruktivni zahtjevi:

Geometrijske veličine:

- | | |
|--------------------------------|----------------------------|
| • Diobeni polumjer zupčanika 2 | $r_{02} = 165 \text{ mm}$ |
| • Diobeni polumjer zupčanika 3 | $r_{03} = 57,8 \text{ mm}$ |
| • Širina glavine zupčanika 2 | $b_2 = 120 \text{ mm}$ |
| • Širina glavine zupčanika 3 | $b_3 = 120 \text{ mm}$ |
| • Razmak oslonaca | $l = 370 \text{ mm}$ |
| • Pera | A18x11x76 |

Zadano opterećenje:

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| • Moment okretanja | $T = 580 \text{ Nm}$ |
| • Težina zupčanika 2 | $G_{z2} = 210 \text{ N}$ |
| • Težina zupčanika 3 | $G_{z3} = 110 \text{ N}$ |
| • Torzijsko opterećenje | Istosmjerno |
| • Vrsta pogona | Bez udara |

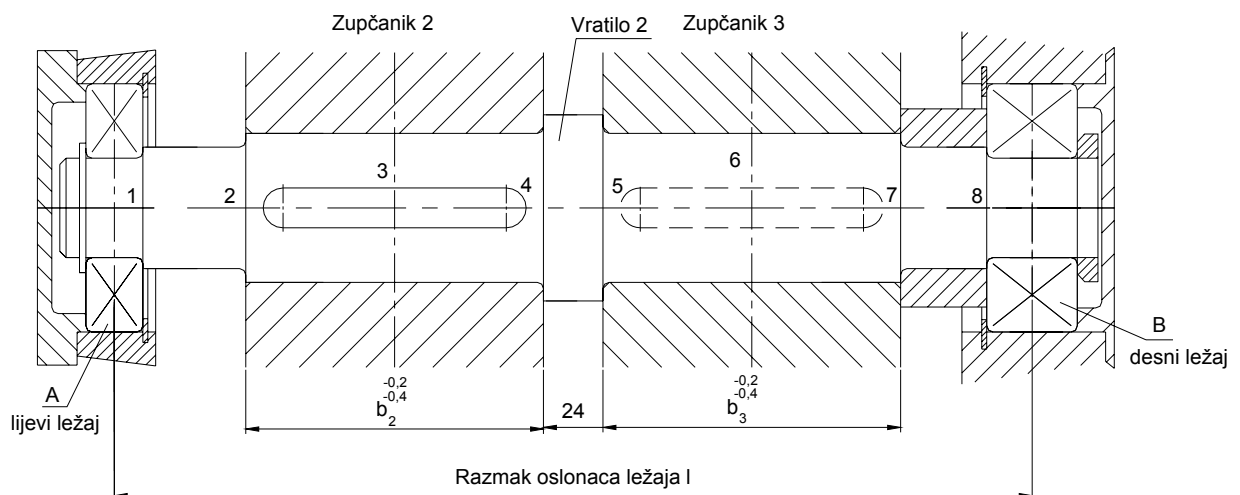
Materijal vratila: Č.0545 ($d_B \leq 16 \text{ mm}$)

Model vratila je izrađen u programskom paketu Catia V5 R16, a za izradu mreže primjenjeni su osnovni tetraedarski elementi TE4. Globalna veličina konačnog elementa je 11mm, a na mjestima kritičnih presjeka mreža je usitnjena te su korišteni konačni elementi veličine 0,7mm.

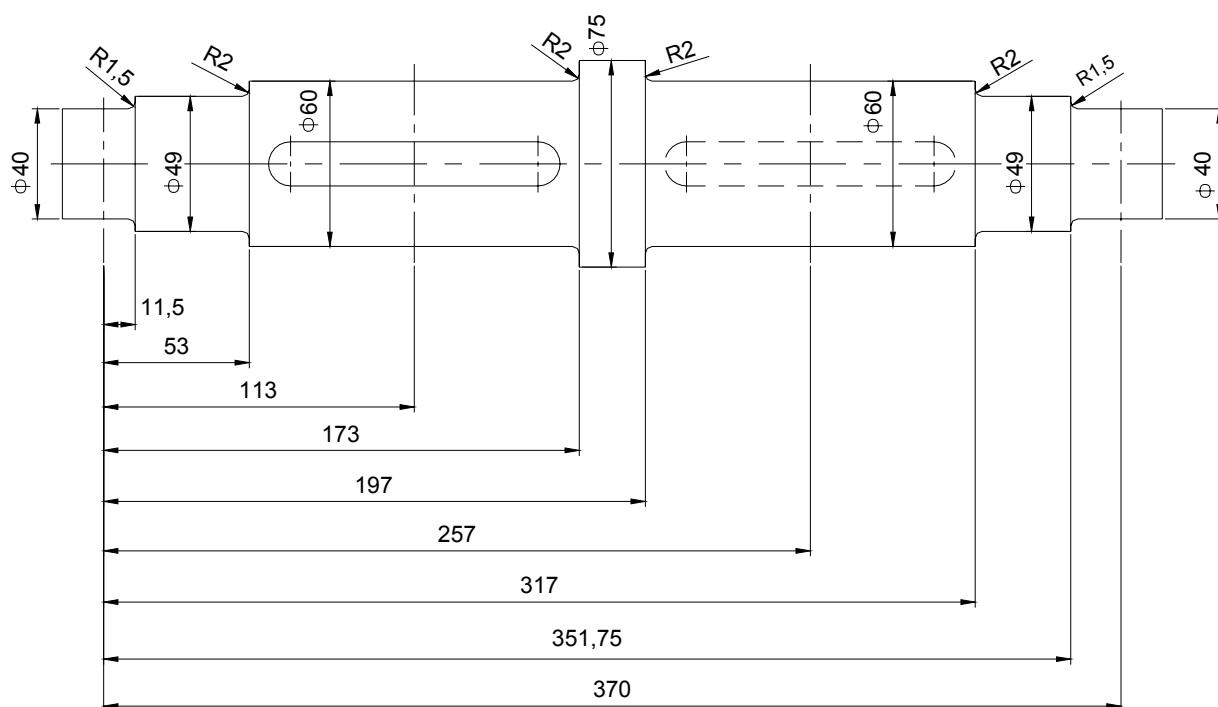
Kontrolni izračun faktora sigurnosti na dinamičku izdržljivost S_D i na plastičnu deformaciju materijala S_F izvršen je na osam kritičnih presjeka vratila reduktora, a predloženi su na slici 5.1.

Na slikama 5.6 i 5.7 prikazane su aksonometrijske skice opterećenja vratila reduktora kod opterećenja sa srednjim T_m i amplitudnim vrijednostima T_a okretnog momenta. Vrijednosti opterećenja i sila reakcija u osloncima A i B za te slučajeve dane su u tablicama 5.1 i 5.2.

U tablicama 5.3, 5.4, 5.5 i 5.6 predloženi su podaci i vrijednosti faktora sigurnost S_D i S_F dobiveni numeričkim izračunom prema normi DIN 743 i predloženim načinom sprežanja MKE i norme DIN 743 za presjeke 1,2...8.

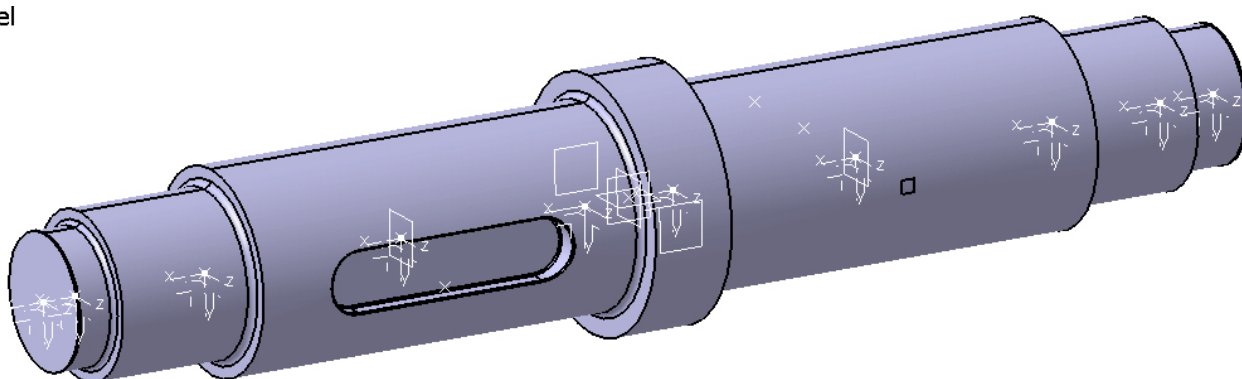


Slika 5.1 Skica dispozicije vratila [11]

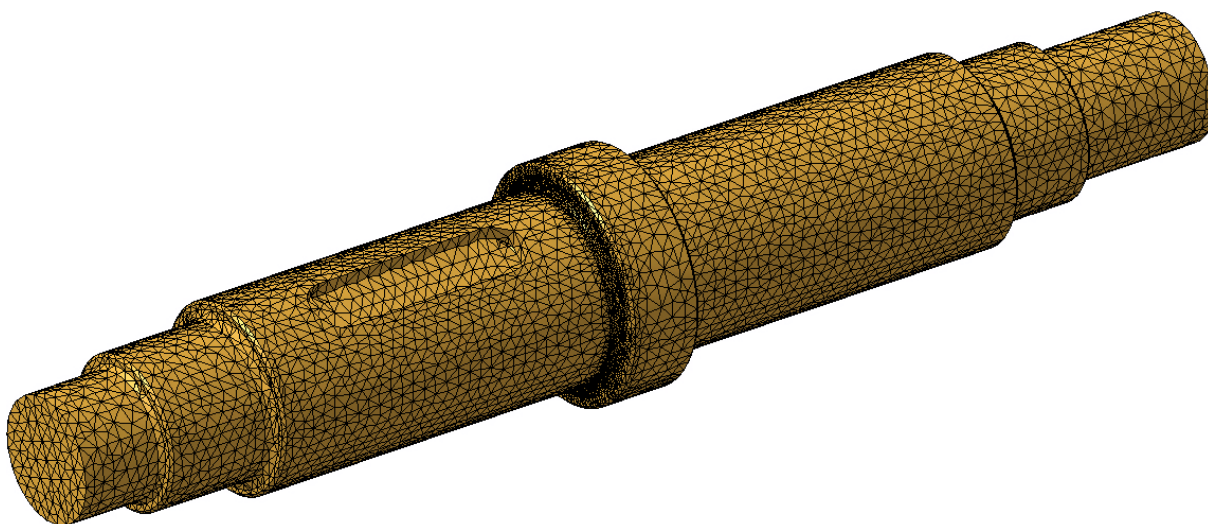


Slika 5.2 Konstruktivne dužine i promjeri vratila reduktora

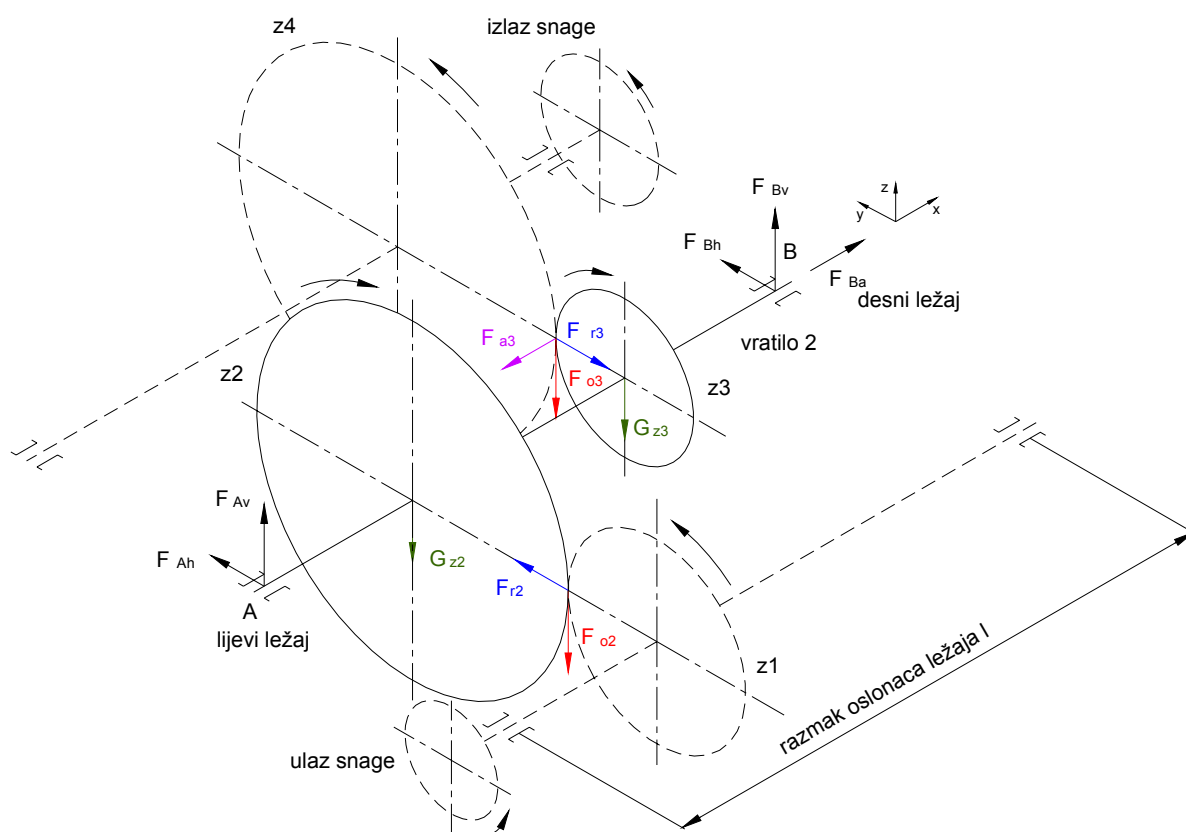
ael



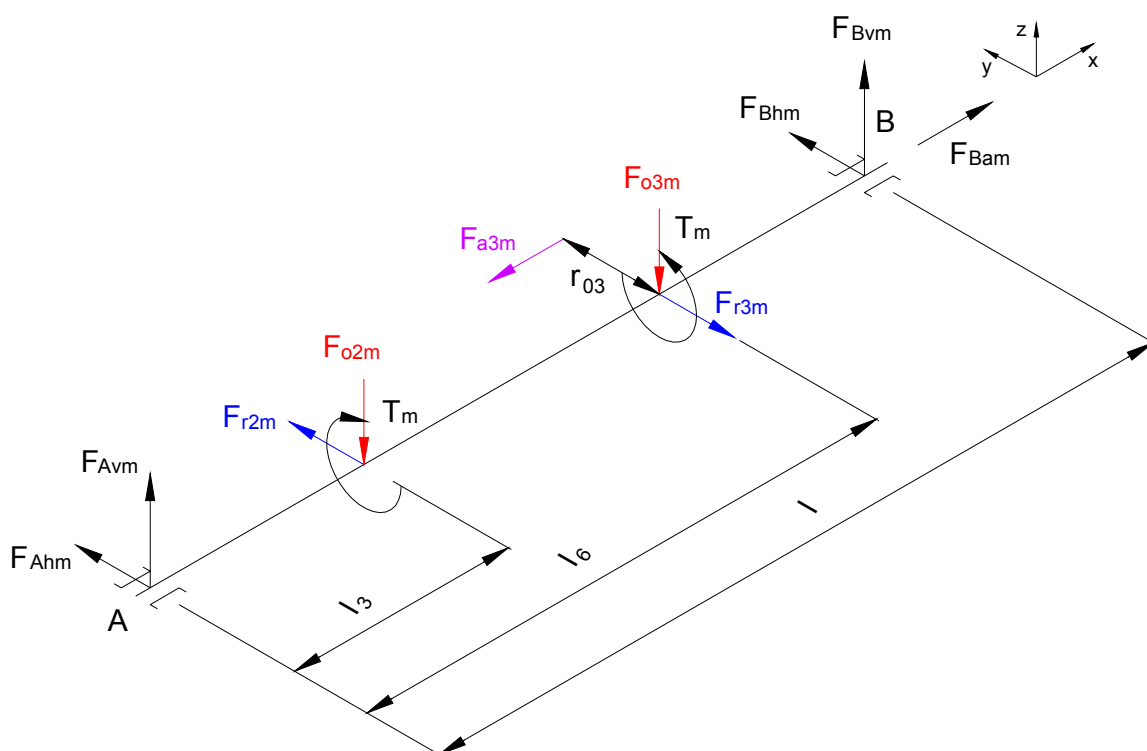
Slika 5.3 Model vratila reduktora za analizu metodom konačnih elemenata



Slika 5.4 Mreža modela vratila reduktora TE4 (npr. kod kritičnog presjeka 4)
mreža je lokalno usitnjena na mjestu kritičnog presjeka 4)



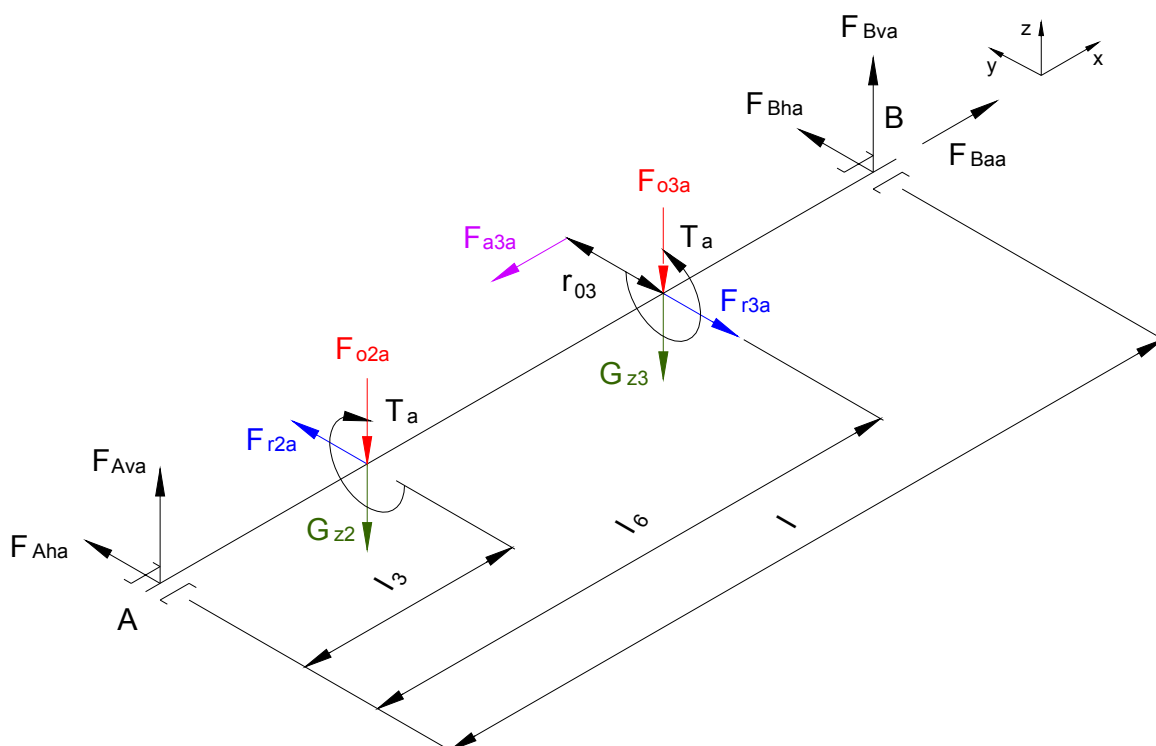
Slika 5.5 Aksonometrijska skica sila koje opterećuju vratilo reduktora [11]



Slika 5.6 Opterećenje vratila reduktora kod srednjeg momenta uvijanja T_m

Tablica 5.1 Vrijednosti opterećenja kod srednjeg momenta uvijanja T_m

$T_m = 290 \text{ Nm}$			
$F_{o2m}, \text{ N}$	1757,6	$F_{Ahm}, \text{ N}$	396
$F_{r2m}, \text{ N}$	639,8	$F_{Avm}, \text{ N}$	2753,1
$F_{o3m}, \text{ N}$	5017,3	$F_{Bhm}, \text{ N}$	884,6
$F_{r3m}, \text{ N}$	1920,4	$F_{Bvm}, \text{ N}$	4021,8
$F_{a3m}, \text{ N}$	1625,6	$F_{Bam}, \text{ N}$	1625,6



Slika 5.7 Opterećenje vratila reduktora kod amplitude momenta uvijanja T_a

Tablica 5.2 Vrijednosti opterećenja kod amplitude momenta uvijanja T_a

$T_a = 290 \text{ Nm}$			
$F_{o2a}, \text{ N}$	1757,6	$F_{Aha}, \text{ N}$	396
$F_{r2a}, \text{ N}$	639,8	$F_{Ava}, \text{ N}$	2932,6
$F_{o3a}, \text{ N}$	5017,3	$F_{Bha}, \text{ N}$	884,6
$F_{r3a}, \text{ N}$	1920,4	$F_{Bva}, \text{ N}$	4162,3
$F_{a3a}, \text{ N}$	1625,6	$F_{Baa}, \text{ N}$	1625,6
$G_{z2}, \text{ N}$	210	-	
$G_{z3}, \text{ N}$	110	-	

Tablica 5.3 Prikaz kontrolnog izračuna vratila reduktora numeričkim izračunom prema DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743 presjeci 1 i 2 (naprezanje na savijanje)

	Presjek 1		Presjek 2	
	DIN 743-2000	MKE	DIN 743-2000	MKE
T_m , Nm	0		0	
T_a , Nm	0		0	
F_{zdm} , N	0		0	
F_{zda} , N	0		0	
M_{xym} , Nm	3,96		20,2	
M_{xzm} , Nm	27,53		140,4	
M_{xya} , Nm	3,96		20,2	
M_{xza} , Nm	29,32		149,6	
F_{zdmax} , N	0		0	
M_{bmax} , Nm	57,4		292,775	
T_{max} , Nm	0		0	
σ_{mv} , MPa	4,427		12,28	
τ_{mv} , MPa	2,556		7,091	
σ_{zda} , MPa	0		0	
σ_{ba} , MPa	4,709		13,07	
T_{ta} , MPa	0		0	
σ_B , MPa	490		490	
$K_1(d_{eff})$	1		1	
$K_{2b}(d)$	0.88		0,875	
$K_{2t}(d)$	0.88		0,875	
K_v	1		1	
R_z , μm	2,5		5	
$K_{F\sigma}$	0,966		0,94	
n_b	1,246		1,218	
σ_{bamax} , MPa	-	1,382	-	37,62
$\alpha_{b\sigma}$	2,182	2,192	2,127	2,149
$\beta_{b\sigma}$	1,751	1,759	1,746	1,764
$K_{b\sigma}$	2,01	2,016	2,06	2,08
σ_{bW} , MPa	245		245	
σ_{bWK} , MPa	122,1	121,89	119	117,79

$\psi_{b\sigma K}$	0,142	0,142	0,138	0,137
σ_{bADK} , MPa	107,7	107,53	105,3	104,36
S_D	22,87	22,83	8,06	7,98
T_{max} , Nm	580		580	
$K_1(d_{eff})$	0,952		0,929	
K_{2bF}	1,2		1,2	
γ_{bF}	1,1		1,1	
σ_S , MPa	295		295	
σ_{bFK} , MPa	370,7		361,8	
σ_{bmaxF} , MPa	9,135	20,028	25,35	54,52
$\alpha_{b\sigma F}$	-	2,192	-	2,149
σ_{bmax} , MPa	9,135	9,137	25,35	25,37
S_F	40,57	40,49	14,27	14,26

Tablica 5.4 Prikaz kontrolnog izračuna vratila reduktora numeričkim iz izračunom prema DIN 743 i predloženim sprezanjem MKE i DIN 743 presjeci 3 i 4 (naprezanje na savijanje i uvijanje)

	Presjek 3		Presjek 4	
	DIN 743-2000	MKE	DIN 743-2000	MKE
T_m , Nm	290		290	
T_a , Nm	290		290	
F_{zdm} , N	0		0	
F_{zda} , N	0		0	
M_{xym} , Nm	44,75		104,83	
M_{xzm} , Nm	311,1		368,84	
M_{xya} , Nm	44,75		104,83	
M_{xza} , Nm	331,4		387,35	
F_{zdmax} , N	0		0	
σ_{mv} , MPa	18,97		21,62	
τ_{mv} , MPa	10,95		12,48	
σ_{zda} , MPa	0		0	
σ_{ba} , MPa	15,77		18,92	
T_{ta} , MPa	6,84		6,84	
σ_B , MPa	490		490	
$K_1(d_{eff})$	1		1	
$K_{2b}(d)$	0,861		0,861	
$K_{2t}(d)$	0,861		0,861	
K_v	1		1	
R_z , μm	5		5	
$K_{F\sigma}$	1		0,94	
$K_{F\tau}$	1		0,966	
$\alpha_{b\sigma}$	-	3,021	2,282	2,235
$\beta_\sigma(d_{BK})$	2,225		-	
$K_{3\sigma}(d_{BK})$	0,961	0,946	-	
$K_{3\sigma}(d)$	0,952	0,933	-	
n_b	-		1,222	
α_τ	-	2,707	1,645	1,65

$\beta_T(d_{BK})$	1,346		-	
$K_{3T}(d_{BK})$	0.986	0.952	-	
$K_{3T}(d)$	0.982	0.94	-	
n_t	-	-	1,115	
β_σ	2,247	2,256	1,867	1,828
β_T	1,346	1,362	1,431	1,479
K_σ	2,609	2,649	2,232	2,187
K_T	1,563	1,582	1,697	1,753
$\sigma_{bWK}, \text{ MPa}$	93,92	92,48	109,8	112,03
$\psi_{b\sigma K}$	0,106	0,104	0,126	0,129
$\sigma_{bADK}, \text{ MPa}$	83,29	82,18	95,96	97,63
$\tau_{tWK}, \text{ MPa}$	92,79	91,66	85,45	82,72
$\psi_{\tau K}$	0,105	0,103	0,096	0,092
τ_{tADK}	79,47	78,67	72,76	70,81
S_D	4,81	4,75	4,58	4,61
$T_{\max}, \text{ Nm}$	580	580	580	580
K_{2zdF}	1	1	1	1
K_{2bF}	1,2	1,2	1,2	1,2
K_{2tF}	1,2	1,2	1,2	1,2
γ_{zdF}	1	1	1,1	1,1
γ_{bF}	1	1	1,1	1,1
γ_{tF}	1	1	1	1
$K_1(d_{\text{eff}})$	0,929		0,904	
$\sigma_S, \text{ MPa}$	274.1		295	
$\sigma_{bFK}, \text{ MPa}$	328.9		351,9	
$\tau_{tFK}, \text{ MPa}$	189.9		184,7	
$\sigma_{b\max F}, \text{ MPa}$	30,59	92,49	37,01	82,96
$\alpha_{b\sigma F}$	-	3,021	-	2,235
$\sigma_{b\max}, \text{ MPa}$	30,59	30,616	37,01	37,12
$\tau_{t\max F}, \text{ MPa}$	13,68	37,06	13,68	22,64
$\alpha_{\tau F}$	-	2,707	-	1,65
$\tau_{t\max}, \text{ MPa}$	13,68	13,69	13,68	13,72
S_F	8.5	8,49	7,78	7,75

Tablica 5.5 Prikaz kontrolnog izračuna vratila reduktora numeričkim iz izračunom prema DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743
presjek 5 (naprezanje na savijanje i uvijanje)
presjek 6 (naprezanje na vlak/ tlak, savijanje i uvijanje)

	Presjek 5		Presjek 6	
	DIN 743-2000	MKE	DIN 743-2000	MKE
T_m , Nm	290		290	
T_a , Nm	290		290	
F_{zdm} , N	0		1625,61	
F_{zda} , N	0		1625,61	
M_{xym} , Nm	54,07		99,96	
M_{xzm} , Nm	396,72		454,46	
M_{xya} , Nm	54,07		99,96	
M_{xza} , Nm	414,37		470,34	
F_{zdmax} , N	0		3251,21	
M_{bmax} , Nm	818,273		946,16	
T_{max} , Nm	580		580	
σ_{mv} , MPa	22,29		25,44	
τ_{mv} , MPa	12,87		14,69	
σ_{zda} , MPa	0		0,575	
σ_{ba} , MPa	19,71		22,68	
T_{ta} , MPa	6,838		6,838	
σ_B , MPa	490		490	
$K_1(d_{eff})$	1		1	
$K_{2zd}(d)$	-		1	
$K_{2b}(d)$	0,861		0,861	
$K_{2t}(d)$	0,861		0,861	
K_v	1		1	
R_z , μm	5		5	
$K_{F\sigma}$	0,94		1	
$K_{F\tau}$	0,966		1	
$(\sigma_B(d)/1Gpa)^{0,38}$	-		0,763	
$\beta_\sigma(d_{BK})$	-	-	2,289	

$K_{3\sigma}(d_{BK})$	-	-	0,961	0,96
$K_{3\sigma}(d)$	-	-	0,952	0,951
$\beta_T(d_{BK})$	-	-	1,381	
$K_{3T}(d_{BK})$	-	-	0,986	0,972
$K_{3T}(d)$	-	-	0,982	0,965
$\beta_{zd\sigma}$	-	-	2,311	2,31
$\alpha_{b\sigma}$	2,282	2,23	-	2,262
n_b	1,222		1	
$\beta_{b\sigma}$	1,867	1,825	2,311	2,246
α_T	1,645	1,62	-	1,791
n_t	1,15		1	
β_T	1,431	1,41	1,387	1,391
$K_{zd\sigma}$	-	-	2,311	2,31
$K_{b\sigma}$	2,232	2,183	2,684	2,61
K_T	1,697	1,673	1,61	1,62
$\sigma_{zdWK}, \text{ MPa}$	-	-	84,38	84,42
$\psi_{zd\sigma K}$	-	-	0,094	0,095
$\sigma_{bWK}, \text{ MPa}$	109,8	112,2	91,29	93,92
$\psi_{b\sigma K}$	0,126	0,129	0,103	0,106
$\sigma_{zdADK}, \text{ MPa}$	-	-	16,32	16,33
$\sigma_{bADK}, \text{ MPa}$	96,08	97,89	81,86	83,94
$\tau_{tWK}, \text{ MPa}$	85,45	86,68	90,06	89,75
ψ_{TK}	0,096	0,097	0,101	0,101
$\tau_{tADK}, \text{ MPa}$	72,43	73,3	73,98	73,78
S_D	4,43	4,5	3,07	3,133
K_{2zdF}	1	1	1	1
K_{2bF}	1,2	1,2	1,2	1,2
K_{2tF}	1,2	1,2	1,2	1,2
γ_{zdF}	1,1	1,1	1	1
γ_{bF}	1,1	1,1	1	1
γ_{tF}	1	1	1	1
$\sigma_S, \text{ MPa}$	295		295	
$K_1(d_{eff})$	0,904		0,929	
$\sigma_{zdFK}, \text{ MPa}$	-		274,1	
$\sigma_{bFK}, \text{ MPa}$	351,9		328,9	
$\tau_{tFK}, \text{ MPa}$	184,7		189,9	

σ_{zdmaxF} , MPa	-	-	-	2,642
α_{zdoF}	-	-	-	2,258
σ_{zdmax} , MPa	-	-	1,15	1,17
σ_{bmaxF} , MPa	38,59	85,9	-	100,91
α_{boF}	-	2,23	-	2,262
σ_{bmax} , MPa	38,59	38,52	44,62	44,61
τ_{tmaxF} , MPa	13,68	22,06	-	24,45
α_{tF}	-	1,62	-	1,791
τ_{tmax} , MPa	13,68	13,62	13,68	13,65
S_F	7,56	7,58	6,36	6,358

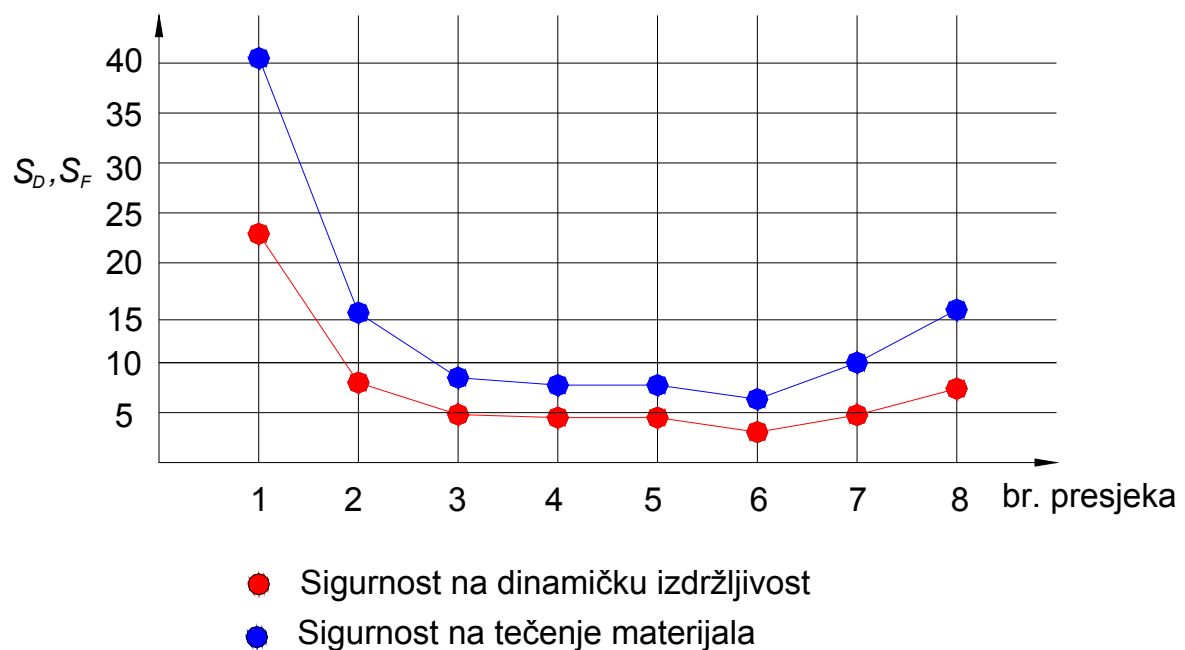
Tablica 5.6 Prikaz kontrolnog izračuna vratila reduktora numeričkim izračunom prema DIN 743 i predloženim sprežanjem MKE i DIN 743 presjeci 7 i 8 (naprezanje na savijanje i vlak/ tlak)

	Presjek 7		Presjek 8	
	DIN 743-2000	MKE	DIN 743-2000	MKE
T_m , Nm	0		0	
T_a , Nm	0		0	
F_{zdm} , N	1625,61		1625,61	
F_{zda} , N	1625,61		1625,61	
M_{xym} , Nm	45,11		14,82	
M_{xzm} , Nm	205,11		67,37	
M_{xya} , Nm	45,11		14,82	
M_{xza} , Nm	212,28		69,72	
F_{zdmax} , N	3251,21		3251,21	
M_{bmax} , Nm	427,03		140,25	
T_{max} , Nm	0		0	
σ_{mv} , MPa	19,04		12,27	
τ_{mv} , MPa	10,99		7,085	
σ_{zda} , MPa	0,862		1,294	
σ_{ba} , MPa	18,79		10,97	
T_{ta} , MPa	0		0	
σ_B , MPa	490		490	
$K_1(d_{eff})$	1		1	
$K_{2zd}(d)$	1		1	
$K_{2b}(d)$	0,875		0,888	
$K_{2t}(d)$	0,875		0,888	
$\alpha_{b\sigma}$	2,127	2,03	2,182	2,11
n_b	1,204		1,235	
$\alpha_{zd\sigma}$	2,337	2,17	2,4	2,31
n_{zd}	1,204		1,235	
$\beta_{zd\sigma}$	1,941	1,8	1,943	1,71
$\beta_{b\sigma}$	1,767	1,69	1,767	1,87
$K_{zd\sigma}$	1,941	1,8	1,978	1,711
$K_{b\sigma}$	1,767	1,833	2,024	1,996
R_z , μm	5		2,5	

$K_{F\sigma}$	0,94		0,966	
K_V	1		1	
σ_{zdWK} , MPa	97,29	108,33	98,56	113,9
$\psi_{zd\sigma K}$	0,11	0,124	0,112	0,132
σ_{zdADK} , MPa	28,32	28,93	47,83	50,7
σ_{bWK} , MPa	117,6	119	121	114,43
$\psi_{b\sigma K}$	0,136	0,138	0,141	0,132
σ_{bADK} , MPa	103,3	103,8	105	99,7
S_D	4.71	4,74	7.41	7,36
T_{max} , Nm	580	580	580	580
K_{2zdF}	1	1	1	1
K_{2bF}	1,2	1,2	1,2	1,2
K_{2tF}	1,2	1,2	1,2	1,2
γ_{zdF}	1,05	1,05	1,05	1,05
γ_{bF}	1,1	1,1	1,1	1,1
γ_{tF}	1	1	1	1
σ_S , MPa	295	295	295	295
σ_{zdFK} , MPa	309,8	309,8	309,8	309,8
σ_{bFK} , MPa	389,4	389,4	389,4	389,4
σ_{zdmaxF} , MPa	1,724	3,762	2,588	6,03
$\alpha_{zd\sigma F}$	-	2,17	-	2,31
σ_{zdmax} , MPa	1,724	1,836	2,588	2,61
σ_{bmax} , MPa	36,97	75,62	22,32	47,83
$\alpha_{b\sigma F}$	-	2,03	-	2,11
σ_{bmaxF} , MPa	36,97	37,25	22,32	22,67
S_F	9,93	9,86	15,21	15,11

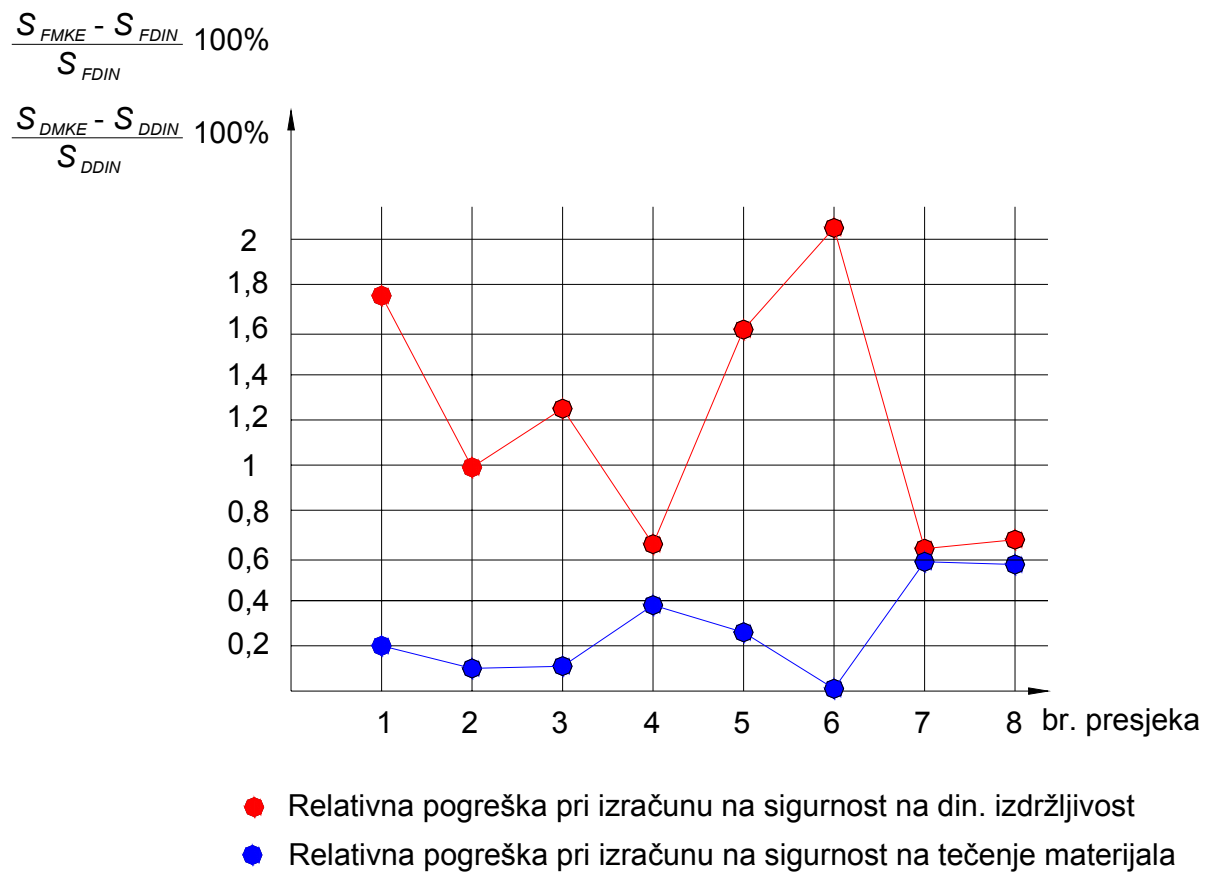
Na slici 5.8 prikazan je usporedni dijagram sigurnosti na dinamičku izdržljivost S_D i na tečenje materijala S_F na kritičnim presjecima vratila. Iz dijagrama je vidljivo da je za dato opterećenje i postojeće dimenzije vratila, najmanja sigurnost na presjeku 6 što je i logično jer je na tom presjeku vratilo opterećeno na vlak/ tlak, savijanje i uvijanje. Ipak, dobiveni faktori sigurnosti S_D i S_F su nekoliko puta veći od minimalnog faktora sigurnosti $S_{min} = 1,2$. Vratilo reduktora je za dato opterećenje predimenzionirano, pa je potrebno smanjiti dimenzije vratila. To je učinjeno na način da su promjeri stupnjeva smanjeni za 5 mm. Numeričkim izračunom u rutini MathCad R13 dobiveni rezultati faktora sigurnosti S_D i S_F prikazani su tablici 5.7.

Budući da su vrijednosti faktora sigurnosti S_D i S_F još uvijek bile veće od minimalnog faktora sigurnosti S_{min} istim postupkom provedena je još jedna iteracija. Dobiveni rezultati prikazani su na slici 5.8. Faktor sigurnosti na dinamičku izdržljivost S_D za presjek 6 iznosi 1,81, te se može zaključiti da nije potrebno provesti još jednu iteraciju kontrolnog izračuna vratila reduktora.



Slika 5.8 Usporedni dijagram sigurnosti na dinamičku izdržljivost S_D i na tečenje materijala S_F na kritičnim presjecima vratila za prethodne dimenzije

Na slici 5.9 prikazan je dijagram relativne pogreške sprege MKE i DIN 743 u odnosu na numerički izračun prema normi DIN 743 pri izračunu sigurnosti na dinamičku izdržljivost i tečenje materijala.



Slika 5.9 Relativna pogreška sprege MKE i DIN 743 u odnosu na DIN 743

gdje su:

- S_{DMKE} faktor sigurnosti na dinamičku izdržljivost dobiven spregom MKE i DIN 743
- S_{DDIN} faktor sigurnosti na dinamičku izdržljivost dobiven izračunom prema DIN 743
- S_{FMKE} faktor sigurnosti na tečenje materijala dobiven spregom MKE i DIN 743
- S_{FDIN} faktor sigurnosti na tečenje materijala dobiven izračunom prema DIN 743

Tablica 5.7 Prikaz kontrolnog izračuna vratila reduktora numeričkim izračunom u rutini „MathCad R13 “ prema normi DIN 743
smanjenje stupnjeva vratila za 5 mm – prva iteracija

Presjek	d , mm	S_D	S_F
1	35	15,62	28,56
2	45	6,35	11,9
3	55	3,64	7,05
4	55	3,56	6,63
5	55	3,44	6,44
6	55	2,39	5,281
7	45	3,75	7,74
8	35	5,15	10,37

Budući da su faktori sigurnosti i dalje dosta veći od $S_{\min} = 1,2$ provodi se još jedna iteracija:

Tablica 5.8 Prikaz kontrolnog izračuna vratila reduktora numeričkim izračunom u rutini „MathCad R13 “ prema normi DIN 743
smanjenje stupnjeva vratila za 5mm – druga iteracija

Presjek	d , mm	S_D	S_F
1	30	10,24	17,99
2	40	4,36	8,36
3	50	2,76	5,3
4	50	2,81	4,98
5	50	2,72	4,84
6	50	1,81	3,98
7	40	2,72	5,47
8	30	3,41	6,63

Provedene su dvije iteracije numeričkog izračuna prema normi DIN 743 na vratilu reduktora da bi se postigle prihvatljive vrijednosti faktora sigurnosti. Nakon druge iteracije zadovoljeni su uvjeti sigurnosti na dinamičku izdržljivost i na tečenje materijala ($S_D \geq S_{\min} = 1,2$ i $S_F \geq S_{\min} = 1,2$), a vratilo nije predimenzionirano.

6. ZAKLJUČAK

U završnom radu na više primjera obrađen je kontrolni izračun prema normi DIN 743 u svrhu određivanja sigurnosti na dinamičku izdržljivost i na plastičnu deformaciju materijala na kritičnim presjecima. Pored numeričkog izračuna prema normi DIN 743 predložen je način sprezanja MKE i norme DIN 743 i dana analiza sprezanja MKE i DIN 743 prema [10].

Za izložene metode izračuna zajedničko je da se ukupno opterećenje na određenom kritičnom presjeku raspoređuje na vlak/ tlak, savijanje i na uvijanje, te se na taj način parcijalno određuju amplitude dinamičkih izdržljivosti i trajne čvrstoće strojnog dijela za određeni oblik opterećenja.

Za postupak izračuna prema DIN 743 izrađena je rutina u programskom paketu MathCad R13 u kojoj su obuhvaćene formule, smjernice i sugestije za provedbu izračuna koji određuje faktore sigurnosti na dinamičku izdržljivost i tečenje materijala. Rutina se pokazala točna, brza i jednostavna za uporabu. Sadrži cjelokupnu bazu podataka za materijale i koncentratore naprezanja iz norme DIN 743.

Ovim radom na nekim primjerima izvršena je provjera ispravnosti postupaka drugih autora [10] koji su proveli sprezanje između norme DIN 743 i metode konačnih elemenata. Dobiveni rezultati se dosta razlikuju od rezultata dobivenih numeričkim izračunom prema normi DIN 743 te nisu dalje rabljeni kod izračuna vratila reduktora već je predložen novi postupak sprezanja.

Za analizu naprezanja u metodi konačnih elemenata korišten je programski paket Catia V5 R16 koji je omogućio izradu potrebnih modela i mreže konačnih elemenata. Kao nedostatak standardnog proračuna MKE u ovoj verziji Catie pokazala se nemogućnost određivanja sigurnosti dinamički opterećenih strojnih dijelova. Da bi se učinila prikladnom za izračun sigurnosti vratila načinjena je u samom programskom paketu sprega sa normom DIN 743. Izrađen je pomoćni numerički algoritam prema dijagramu toka prikazanom na slici 4.1.1. U taj algoritam su, osim vrijednosti maksimalnih naprezanja dobivenih metodom konačnih elemenata, svi ostali podaci direktno unešeni iz norme DIN 743. Metodom konačnih elemenata na taj način su određeni faktori oblika $\alpha_{zd\sigma}$, $\alpha_{b\sigma}$ i α_r za prijelazni radijus, utor za pero i prijelaz s urezom. Tako dobiveni rezultati podudarali su se sa rezultatima dobivenim pomoću norme DIN 743. Vrlo male razlike bile su rezultat kvalitete i gustoće mreže konačnih elemenata. Vrijednosti sigurnosti na dinamičku izdržljivost i plastičnu deformaciju dobivene na ovakav način sprezanja metode konačnih elemenata i norme DIN 743 vrlo su se malo razlikovali od vrijednosti sigurnosti dobivenih numeričkim izračunom prema normi DIN 743 (do 2 %). Može se zaključiti da je ovakav način sprezanja metode konačnih elemenata i norme DIN 743 pouzdan za izračunavanje faktora sigurnosti na dinamičku izdržljivost i plastičnu deformaciju u slučajevima gdje blizina geometrijskih diskontinuiteta utječe na maksimalno naprezanje na kritičnom presjeku

(npr. slučaj preklapanja utora za pero i prijelaznog radijusa). Norma DIN 743 ne daje smjernice za izračun faktora oblika $\alpha_{zd\sigma}$, $\alpha_{b\sigma}$ i α_T za takve slučajeve. Iznimka je prijelaz s urezom kod stupnjevanog vratila. Određujući vrijednosti maksimalnih naprezanja metoda konačnih elemenata omogućava izračun faktora oblika $\alpha_{zd\sigma}$, $\alpha_{b\sigma}$ i α_T bez obzira na geometriju kritičnog presjeka vratila.

Nedostatak sprege DIN 743 i MKE dolazi do izražaja u slučajevima kompliciranije geometrije kao na prikazanom primjeru utora za pero. Kod raspredanja opterećenja na vlak/ tlak, savijanje i torziju nije jednostavno pronaći zadovoljavajuće dinamičke faktore zareznog djelovanja $\beta_{zd\sigma}$, $\beta_{b\sigma}$, β_T jer vrijednosti maksimalnih naprezanja ne padaju u istu točku na vratilu. Nadalje, zbog vrlo malih radijusa na utoru pera u slučaju nedovoljno usitnjene mreže konačnih elemenata dolazi do velikih skokova vrijednosti maksimalnih naprezanja, a samim time i do greške kod određivanja faktora oblika $\alpha_{zd\sigma}$, $\alpha_{b\sigma}$ i α_T i dinamičkih faktora zareznog djelovanja $\beta_{zd\sigma}$, $\beta_{b\sigma}$, β_T .

U ovom radu prikazani način sprežanja MKE i norme DIN 743 ograničen je samo na određivanje faktora oblika $\alpha_{zd\sigma}$, $\alpha_{b\sigma}$ i α_T pomoću metode konačnih elemenata. Budući da su mnogi podaci iz norme DIN 743 dobiveni na bazi iskustva, eksperimentalno ili metodom konačnih elemenata postoji mnogo načina za proširivanjem te sprege. Jedan od načina je i određivanje relativnih gradijenta naprezanja G' pomoću metode konačnih elemenata pomoću kojih bi se numerički odredili faktori potpore n za sva tri slučaja opterećenja. Nadalje, programski paket Catia V5 R16 omogućava postupak „*optimizacije*“ kojom se dimenzije modela povezuju sa dodatnim numeričkim algoritmom. Numerički algoritam definira se kao „petlja“ koja smanjuje dimenzije modela sve dok se ne postignu unaprijed definirane vrijednosti faktora sigurnosti S_D i S_F .

Korištenjem metode konačnih elemenata kod određivanja faktora oblika $\alpha_{zd\sigma}$, $\alpha_{b\sigma}$ i α_T uočen je problem koji nastaje kod približavanja geometrijskih diskontinuiteta. Vrijednosti maksimalnih naprezanja na kritičnim presjecima funkcije su geometrije i opterećenja. Numeričkim izračunom prema normi DIN 743 ne uzima se u obzir djelovanje jednog geometrijskog diskontinuiteta na drugo.

Ovaj rad obuhvatio je ove kritične presjeke:

- Prijelazni radijus
- Utor za pero
- Prijelaz s urezom

Kao nadopuna rada bilo bi izvođenje kontrolnog izračuna na ostalim kritičnim presjecima navedenim u normi DIN 743 (obli urez, pravokutni urez, v urez, stezni spoj, klinasta i ozubljeni vratila...).

LITERATURA

- [1] DIN 743-1: 1999-12, "Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen :Teil 1"
- [2] DIN 743-2: 1999-12, "Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen :Teil 2"
- [3] DIN 743-3: 1999-12, "Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen :Teil 3"
- [4] DIN 743 : 1999-12, "Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen:
Beispiele"
- [5] L. Blessing, " Übungen zur Konstruktionslehre II in WS 05/ 06,
Dauerfestigkeit – Teil 2 "
- [6] M.Meir, P.Ermanni, "Dimensionieren 1", Zurich, Oktober, 2007
- [7] DIN 6892: 1998-11, "Paßfedern; Berechnung und Gestaltung"
- [8] Ž. Orlić, G.Orlić, "Osovine i vratila-kontrolni proračun prema DIN 743-2000",
ZIGO, Rijeka, 2004
- [9] J. Sorić, " Metoda konačnih elemenata ", Golden marketing, Zagreb, 2007
- [10] I.Okorn,T.Bešter,P.Orbanič,M.Fajdiga, "Primerjalna analiza preračuna prednje
preme po metodi končnih elementov in standardu DIN743", Strojniški vestnik,
Ljubljana, 1/06, 41-51
- [11] FSB-Katedra za elemente strojeva, " Vratilo-proračun ", LIBER, Zagreb, 1974

ŽIVOTOPIS PRISTUPNIKA

Srećko Habuš, rođen je 19. 07. 1965 u Zagrebu. Osnovnu školu i Matematički informatički obrazovni centar završio je u Zagrebu. Školovanje nastavlja na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu gdje je i diplomirao 1990 godine, na smjeru strojarske konstrukcije. Nakon diplomiranja radio je u „Grijanju“, Zagreb kao rukovoditelj gradilišta, u „Tvornice elektrotehničkih proizvoda“, Zagreb kao konstruktor alata i od 1998 godine u „Končar - Električne lokomotive“, Zagreb gdje i danas radi kao samostalni konstruktor.

Govori i piše engleski.

APPLICANT'S BIOGRAPHY

Srećko Habuš was born 19.07.1965. in Zagreb where he finished primary and secondary (MIOC) school. Continues his education on Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb, where he graduated in 1990. at Mechanical construction department.

After graduation he worked in company “Grijanje”, Zagreb as a chief engineer of building sites, in company “Tvornica elektrotehničkih proizvoda”, Zagreb as a tool constructor and since 1998. in company “Končar - Električne lokomotive”, Zagreb as a construction designer.

He is fluent in English.